Lycée secondaire Ali B.Bembla	**Devoir de contrôle n° 2** *Mathématiques*	*Classe* : 3 ème Maths
Date 11 / 02 / 2013	*Prof* : Mosrati chawki	*Durée* : 2 heures

Exercice :1(6 pts)

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé $\left(O,\vec{U},\vec{V}\right)$,on considère les points A, B et C d'affixes respectifs $Z_A =$ i , $Z_B =$ 2i .

1. Soit M un point d'affixe Z tel que Z ≠2 i et M' le point d'affixe $Z' = \dfrac{iZ+1+i\sqrt{3}}{Z-2i}$.

   On pose Z = x + iy ,avec x et y deux réels .

   a- Montrer que $Z' = \dfrac{-x+\sqrt{3}y-2\sqrt{3}}{x^2+(y-2)^2} + i\dfrac{x^2+y^2+\sqrt{3}x-3y+2}{x^2+(y-2)^2}$.

   b- Déterminer l'ensemble des points M tel que Z' soit réelle.

2. a- Montrer que $(Z'-i)(Z-2i) = -1+i\sqrt{3}$.

   b- Déduire la valeur de AM' x BM.

   c- Déduire que si M décrit le cercle ζ de centre B et de rayon 2 alors M' décrit un cercle ζ' dont on précisera le centre et le rayon.

   d- Montrer que : $\left(\vec{u},\overrightarrow{AM'}\right) + \left(\vec{u},\overrightarrow{BM}\right) \equiv \dfrac{2\pi}{3}\ [2\pi]$

Exercice :2 (8 pts)

Soit la fonction f définie par $f(x)=\dfrac{x^2+6x-7}{x-2}$.

On désigne par C_f la courbe représentative de f dans un repère o.n. $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$

1/ Déterminer les réelles a, b et c tel que : $f(x) = ax + b + \dfrac{c}{(x-2)}$

2/ Dresser le tableau de variation de f.

3/ a- Déterminer les asymptotes à C_f .

b- Montrer que le point d'intersection I des asymptotes est un centre de symétrie de C_f .

c- Déterminer les points d'intersections de C_f et l'axe des abscisses.

4 /a- Tracer la courbe C_f .

b- Déduire le signe de f(x).

5/ Soit la fonction g définie par $g(x) = \dfrac{x^2+6|x|-7}{|x|-2}$.

a- Déterminer le domaine de définition de g D_g.

b- Montrer que pour tout x de IR_+ g(x) = f(x).

c- Montrer que g est une fonction paire.

d- Déduire la courbe de g de celle de f.

Exercice :3 (6 pts)

Soit $f(x) = \sqrt{3}\cos(2x+\frac{\pi}{3}) - \sin(2x+\frac{\pi}{3}) + 1$ et $g(x) = 2\sin(2x) + 4\cos(x+\frac{\pi}{3}) - \sqrt{3}$

1/ a- Montrer que : $\sqrt{3}\cos(2x+\frac{\pi}{3}) - \sin(2x+\frac{\pi}{3}) = 2\cos\left(2x+\frac{\pi}{2}\right)$.

b- Résoudre dans IR l'équation f(x) = 0.

c- Résoudre dans $[0\ ;\ 2\pi[$ l'inéquation f(x) < 0.

2/ a-Sachant que : $\cos x - \sqrt{3}\sin x = 2\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$ montrer que $g(x) = \left(2\cos x - \sqrt{3}\right)(2\sin x + 1)$.

b- Résoudre dans $[0\ ;\ 2\pi[$ l'inéquation $g(x) \geq 0$