

**Exercice N°1 : ( 8 points)**

I. Soit  $h$  une fonction définie sur  $\mathbb{R} \setminus \{-3\}$  par  $h(x) = \frac{x^2 + 2x + 3}{x + 3}$  et  $C_h$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

- 1.) a. Vérifier que pour tout réel  $x \neq -3$ ,  $h(x) = x - 1 + \frac{6}{x + 3}$
- b. Montrer que la droite  $\Delta : y = x - 1$  est une asymptote à  $C_h$
- c. Etudier la position relative de  $C_h$  par rapport à  $\Delta$ .

2.) Calculer  $\lim_{x \rightarrow (-3)^-} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow (-3)^+} f(x)$ . Interpréter graphiquement les résultats obtenus.

II. Soit  $f$  la fonction définie par  $\begin{cases} f(x) = h(x) & \text{si } x < -2 \\ f(x) = \sqrt{x^2 + 5} & \text{si } x \geq -2 \end{cases}$  et  $C_f$  sa courbe représentative.

- 1.) Déterminer le domaine de définition de  $f$ .
- 2.) Etudier la continuité de  $f$  en  $(-2)$ .
- 3.) a. Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .
- b. Montrer que pour tout  $x \in [-1; +\infty[$ ,  $f(x) - x = \frac{5}{\sqrt{x^2 + 5} + x}$
- c. En déduire la droite  $\Delta' : y = x$  est une asymptote à  $C_f$  au voisinage de  $+\infty$ .

**Exercice N°2 : ( 6 points)**

Dans le plan orienté dans le sens direct, on désigne par  $ABC$  un triangle isocèle en  $C$  avec  $AC = 4$  et  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \equiv \frac{49\pi}{6} [2\pi]$ , et  $(C)$  le cercle de centre  $C$  et de rayon 4.

- 1.) Déterminer la mesure principale de  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ .
- 2.) Faire une figure.
- 3.) Calculer la mesure principale de  $(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB})$  et calculer  $AB$ .
- 4.) Soit  $D$  le point du plan tel que :  $\begin{cases} AD = AB \\ (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi] \end{cases}$ 
  - a. Placer le point  $D$ .
  - b. Calculer  $\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ .
- 5.) La droite  $(AD)$  recoupe  $(C)$  en  $F$ .
  - a. Vérifier que  $(\overrightarrow{FA}, \overrightarrow{FB}) \equiv \frac{\pi}{3} [2\pi]$ .
  - b. Déterminer et construire l'ensemble des points  $M$  du plan tel que  $(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}) \equiv \frac{\pi}{3} [2\pi]$ .

### Exercice N°3 : ( 2 ,5 points)

Soit  $A(x) = 1 + \cos(2x) - 2\sqrt{3}\cos(x)\sin(x)$

1.) Calculer  $A(0)$ ,  $A(3\pi)$  et  $A(-\frac{\pi}{6})$ .

2.) Montrer que  $A(x) = 1 + 2\cos(2x + \frac{\pi}{3})$ .

3.) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  puis  $[0 ; \pi]$ , l'équation  $A(x) = 1 - \sqrt{3}$

### Exercice N°4 : ( 3,5 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct  $R = (O; \vec{i}, \vec{j})$ .

OABC est un carré tel que  $OA = 2$ ,  $(\vec{i}, \overrightarrow{OA}) \equiv \frac{\pi}{3} [2\pi]$  et  $C(\sqrt{3}, -1)$  dans le repère R.

1.) Déterminer les coordonnées cartésiennes des points A et B.

2.) Déterminer les coordonnées polaires des points C et B.

3.) En déduire la valeur de  $\cos(\frac{\pi}{12})$  et  $\sin(\frac{\pi}{12})$ .

