Lycée secondaire 7/11/87 Menzel hayet | Année scolaire :2007/2008

Devoir de synthèse n°1

Durée : 120 mn

3[eme] Math | Mr :Bouhouch Ameur

Exercice n°1 :

Soit la fonction f définie sur IR par: f(x)= $\begin{cases} x\sqrt{x}-1+x & si \quad x \geq 0 \\ \dfrac{x^2-x}{x} & si \quad x < 0 \end{cases}$

1) Montrer que f est continue en 0.
2) calculer les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$.
3) a) Montrer que l'équation f(x)=0 admet au moins une solution $\alpha \in]0,1[$.
   b) Vérifier que $1+\sqrt{\alpha}=\dfrac{1}{\alpha}$ et déduire que $\alpha \in]\dfrac{1}{2},1[$.

Exercice n°2 :

Soit la fonction f définie sur IR\{1} par f(x)= $\dfrac{x^2+x-1}{x-1}$; et on désigne par (ζ) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (o ; $\vec{i}$; $\vec{j}$) .

1) Montrer que la droite (Δ) :x=1 est une asymptote verticale à (ζ) .
2) Calculer les limites de f au voisinage de l'infini .
3) a) Déterminer trois réels a , b et c pour que f(x)= ax +b + $\dfrac{c}{x-1}$ $\forall x \neq 1$.
   b) En déduire que la droite (Δ') :y= x +2 est une asymptote oblique à (ζ) au voisinage de l'infini.
   c) Etudier la position relative de (ζ) et (Δ') .
4) soit Ω le point d'intersection de (Δ) et (Δ') .
   a) Montrer que Ω (1,3).
   b) soient deux réels x et x' tels que : x'+x''=2 .
      Montrer que f(x')+f(x'')=6.
   c) En déduire que si M et N sont deux points de (ζ) d'abscisses respectives x' et x'' alors M et N sont symétriques par rapport à Ω.

Exercice n°3 :

Le plan P est orienté dans le sens direct.

On donne deux points B et C du plan P tels que BC=6cm.

1) Déterminer et construire l'ensemble (Γ) des points M du plan tels que :
   $\left(\widehat{\overrightarrow{MB};\overrightarrow{MC}}\right) \equiv \dfrac{\pi}{3}(2\pi)$

Suite au verso $\Rightarrow$

Soit (ξ) le cercle contenant (Γ) de centre O et le point A tel que : $S_O(C)=A$.
La bissectrice de l'angle $B\hat{A}C$ coupe (ξ) en I.
2) Donner la mesure principale de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{IB};\widehat{\ \ }\overrightarrow{IC}\right)$.

3) a) Montrer que $\left(\overrightarrow{BI};\widehat{\ \ }\overrightarrow{BC}\right) \equiv \left(\overrightarrow{CB};\widehat{\ \ }\overrightarrow{CI}\right)(2\pi)$

b) En déduire que le triangle IBC est isocèle.

5) a) Montrer que les triangles OBI et OCI sont équilatéraux.

b) En déduire que le quadrilatère OCIB est un losange.

c) Déduire alors que : (AB) // (OI).

<u>Bon travail</u>