

<b>Prof</b>	Mechmeche Imed	<b>Devoir de synthèse N°1</b>	<b>Matière</b>	Maths
<b>Lycée</b>	Borj-cedria		<b>Date</b>	06/12/2010
<b>Niveau</b>	3 <sup>ème</sup> Maths		<b>Durée</b>	2 h

### Exercice 1 : (6 pts)

Dans la figure ci-contre on donne la représentation graphique  $C_f$  d'une fonction  $f$ . Sachant que

$D: y = -x + 1$  est une asymptote à  $C_f$  en  $+\infty$  et que la droite  $y = 0$  est une asymptote à  $C_f$  en  $-\infty$  et que  $C_f$  admet une asymptote verticale en 1, répondre aux questions suivantes par lecture graphique.



- Déterminer l'ensemble de définition de  $f$
- Déterminer les limites suivantes

$$\lim_{+\infty} f ; \lim_{-\infty} f ; \lim_{1^-} f ; \lim_{1^+} f ; \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) + x) ; \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{f(x)} ; \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{f(x)}$$

- Déterminer  $f'(0)$  puis donner une équation de la tangente  $\Delta$  à  $C_f$  au point d'abscisse 0
- Donner une approximation affine de  $f(0.01)$
- a-  $f$  est elle dérivable à gauche en -1 ? Justifier.  
b- déterminer alors  $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{f(x) - f(-1)}{x + 1}$
- Déterminer  $f'_d(-1)$  puis donner une équation de la demi-tangente à  $C_f$  à droite en -1

### Exercice 2 : (6 pts)

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x}-\sqrt{2}}{\sqrt{x-2}} & \text{si } x > 2 \\ x + \frac{2}{x-3} & \text{si } x \leq 2 \end{cases}$

- Montrer que  $f$  est continue en 2.
- Montrer que  $y = 1$  est une asymptote horizontale à  $C_f$  en  $+\infty$
- Montrer que  $y = x$  est une asymptote oblique à  $C_f$  en  $-\infty$
- a) Etudier la dérivabilité de  $f$  à gauche en 2 puis interpréter le résultat graphiquement.  
b) Etudier la dérivabilité de  $f$  à droite en 2 puis interpréter le résultat graphiquement.
- Montrer que  $f$  est dérivable en tout réel  $x < 2$  puis déterminer  $f'(x)$  pour  $x < 2$ .
- Déterminer le réel  $a < 2$  tel que la tangente à  $C_f$  au point d'abscisse  $a$  soit parallèle à la droite d'équation  $y = \frac{1}{2}x + 1$

### Exercice 3 : (4 pts)

On donne dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  les points  $A(-2; 0)$  ;  $B(1; \sqrt{3})$

- 1) a) Déterminer les coordonnées polaires des points A et B.  
b) En déduire la mesure principale de l'angle  $(\overrightarrow{OB}; \overrightarrow{OA})$
- 2) a) Calculer  $\cos(\overrightarrow{AO}; \overrightarrow{AB})$  et  $\sin(\overrightarrow{AO}; \overrightarrow{AB})$   
b) En déduire la mesure principale de l'angle  $(\overrightarrow{AO}; \overrightarrow{AB})$
- 3) Résoudre dans  $[0 ; 2\pi[$  l'équation  $\cos\left(3x - \frac{\pi}{2}\right) = \sin\frac{5\pi}{2}$  et représenter les solutions sur le cercle trigonométrique
- 4) Résoudre dans  $]-\pi ; \pi]$  l'inéquation  $\sin 2x < \frac{\sqrt{3}}{2}$

### Exercice 4 : (4 pts)

1. On doit répartir neuf élèves en deux groupes l'un de 5 élèves et l'autre de 4. sachant que les élèves X et Y ne doivent pas se trouver dans un même groupe. Déterminer le nombre de répartition possibles.
2. Déterminer le nombre d'anagrammes de MECHMECHE ayant les trois E consécutifs.
3. On veut répartir 4 objets dans 3 tiroirs de sorte qu'aucun tiroir ne reste vide. Déterminer le nombre de répartitions possibles.
4. On dispose de 5 couleurs pour colorier le drapeau ci-contre. Deux bandes consécutives ne pouvant avoir la même couleur. Déénombrer les coloriages possibles.

