

REPUBLIQUE TUNISIENNE- MINISTERE DE L'EDUCATION **** DEVOIR DE SYNTHESE N : 1		LYCEE AJIM JERBA ☉☉☉ BEN BRAHIM KHALED	
EPREUVE : MATHEMATIQUES	COEFFICIENT : 4	NIVEAU ET SECTION : 3 ^e M	
Premier trimestre	Date : 05 décembre 2011	Durée : 2 heures	

Commentaires : *Le sujet comporte deux pages.*
Vous pouvez faire les exercices dans l'ordre que vous souhaitez.
Il sera tenu compte du soin apporté à la rédaction et à la présentation.

Exercice 1 (04 points)

Dans un repère orthonormal direct (O, \vec{i}, \vec{j}) du plan, on donne les points :

$$A(3\sqrt{3}, 3) ; B(3\sqrt{3}, -3) \text{ et } C(4\sqrt{3}, 0).$$

1) a. Calculer $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$ et $\det(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB})$. En déduire $\cos(\widehat{CA, CB})$ et $\sin(\widehat{CA, CB})$.

b. Déterminer alors la mesure principale de l'angle orienté $(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB})$.

2) a. Préciser les coordonnées polaires de A et de B .

b. Placer alors les points A, B et C .

c. Donner la mesure principale de l'angle orienté $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$.

3) Justifier alors que les points O, A, B et C sont cocycliques.

Tracer le cercle passant par ces points en précisant les coordonnées de son centre.

Exercice 2 (04 points)

a, b, p et q sont quatre réels tels que $p = a + b$ et $q = a - b$.

1) L'objet de cette question est de factoriser l'expression $\cos(p) + \cos(q)$.

a. Montrer que $\cos(a + b) + \cos(a - b) = 2\cos(a) \cdot \cos(b)$.

b. Exprimer a et b en fonction de p et q .

c. Factoriser alors l'expression $\cos(p) + \cos(q)$.

2) Application de la formule :

a. Factoriser l'expression $\cos(x) + \cos(3x)$.

b. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $\cos(x) + \cos(2x) + \cos(3x) = 0$.

Exercice 3 (04 points)

On considère la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par: $f(x) = \frac{x\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$.

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormal.

1) a. Montrer que f est dérivable à droite en 0.

b. Montrer que f est dérivable sur $[0; +\infty[$ et que pour tout réel positif x on a :

$$f'(x) = \frac{(3 + 2\sqrt{x})\sqrt{x}}{2(1 + \sqrt{x})^2}.$$

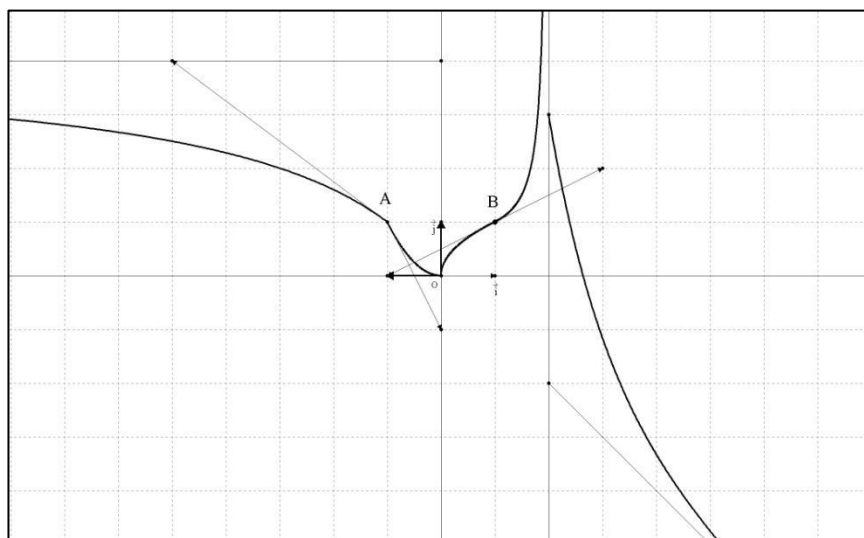
c. Dresser le tableau de variation de f .

2) Ecrire une équation cartésienne de la tangente (T) à (C) au point I d'abscisse 1.

3) Donner une approximation affine du nombre $f(1,001)$.

Exercice 4 (08 points)

Sur la figure ci-dessous, est tracée la courbe représentative notée (C) dans un repère orthonormal d'une fonction f définie sur \mathbb{R} .



1) Les droites d'équations $y = -x$ et $y = 4$ sont des asymptotes à la courbe (C) .

Déterminer la limite de f en $-\infty$ et en $+\infty$.

2) La droite d'équation $x = 2$ est asymptote à la courbe (C) à gauche en 2.

Etudier la continuité de f à gauche et à droite en 2. Conclure.

3) a. La courbe (C) admet deux demi tangentes au point A .

Etudier la dérivabilité de f en (-1) .

b. La courbe (C) admet une demi-tangente horizontale à gauche au point O et une demi-tangente verticale à droite en ce point.

Donner $f'_g(0)$ et $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x}$.

c. Ecrire une équation cartésienne de la tangente à (C) au point B .

4) a. Quelles sont les images par f des intervalles $]-\infty; 0]$, $[0; 2[$ et $[2; +\infty[$?

b. Montrer que l'équation $f(x) = 2$ admet exactement trois solutions dans \mathbb{R} .

Bon travail
et Kf
bonne chance

