Lycée Secondaire El Ksour	Année Scolaire 2011-2012	
Classe 3 Maths	Devoir de Synthèse N°1	Bouzouraa Chaouki

Exercice N°1

I) Cocher la bonne réponse

1. Soit x un réel on pose $A = \sin(5\pi + x) + \cos\left(x - \frac{45\pi}{2}\right)$

   a) A=2sin(x) b) A=0 c) A=sin x +cos x

2. Soit f une fonction définie sur IR * vérifiant $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = 2$ et $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = 2$

   a) f est prolongeable par continuité en 0 b) f est une fonction continue en 0 c) $f(0)=2$

3. Le plan est orienté dans le sens direct. Soit A,B et C trois points distincts si on a $\left(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}}\right) \equiv \alpha[2\pi]$

   Alors une mesure de $\left(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BA}\right)$ est

   a) $\pi - \alpha$ b) $\pi + \alpha$ c) $\alpha - \pi$

II) Répondre par vrai ou faux en justifiant

1. L'équation (E) : $x^3 + x - 1 = 0$ admet au moins une solution a dans [0,1]
2. Soit la fonction f définie sur IR par $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+4}}$. La droite D : y = 1 est une asymptote à la courbe de f au voisinage de $-\infty$
3. Soit f une fonction définie sur [1,3] et f([1,3]) =[1,3] alors f est continue sur [1,3].

Exercice N°2

Dans le plan P orienté dans le sens direct. On considère un carré ABCD tel que AB=3 et $\left(\widehat{\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AB}}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$

ABK un triangle rectangle en B direct tel que BK= 2 . Soit le point J de [CD] tel que JC=1

1. Montrer que $\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AK} = -6$ et $\overrightarrow{JD}.\overrightarrow{AK} = -6$
2. En déduire que (AJ) est perpendiculaire à (AK)
3. Calculer DK et KJ
4. Montrer que $DJ^2 = DK^2 + KJ^2 - 2\overrightarrow{KD}.\overrightarrow{KJ}$ en déduire $\overrightarrow{KD}.\overrightarrow{KJ} = 28$
5. Soit I le milieu de [JK]

   Montrer que $DJ^2 + DK^2 = 2DI^2 + \frac{JK^2}{2}$ en déduire que $DI = \frac{5\sqrt{2}}{2}$

6. Soit $\Gamma = \{M \in P \ tel\ que\ \overrightarrow{MJ}.\overrightarrow{MK} = 6\}$

   a) Montrer que l'ensemble Γ est le cercle de centre I et de rayon $\frac{5\sqrt{2}}{2}$

   b) Construire Γ

Exercice N°3

Soit la fonction f définie sur IR par $\begin{cases} f(x) = \frac{1-3x}{x-3} & si\ x < 2 \\ f(x) = \sqrt{x^2-3} + x + 2 & si\ x \geq 2 \end{cases}$ et $\mathcal{C}_f$ sa courbe dans un repère orthonormé $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$ du plan.

1. a) Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$. Interpréter graphiquement le résultat

   b) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) - 2x$

   c) Montrer que la droite Δ: $y = 2x + 2$ est une asymptote oblique à la courbe de f

2. a) Montrer que f est continue en 2

Exercice N°4

Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

On considère les points $A\left(1, \sqrt{3}\right)$ et $C(-\sqrt{3}, 1)$.

1) $a/$ Déterminer les coordonnées polaires de A et C.

   $b/$ Placer les points A et C dans le repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

2) Soit B le point défini par : $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC}$.

   $a/$ Quelle est la nature du quadrilatère $OABC$? Justifier.

   $b/$ Déterminer les coordonnées cartésiennes et les coordonnées polaires de B.

   $c/$ En déduire : $cos\ \frac{7\pi}{12}$ et $sin\ \frac{7\pi}{12}$.