

EXERCICE N : 1 (5 points)

La courbe (C) ci-contre représente une fonction f définie sur IR .

I) Par lecture graphique , déterminer :

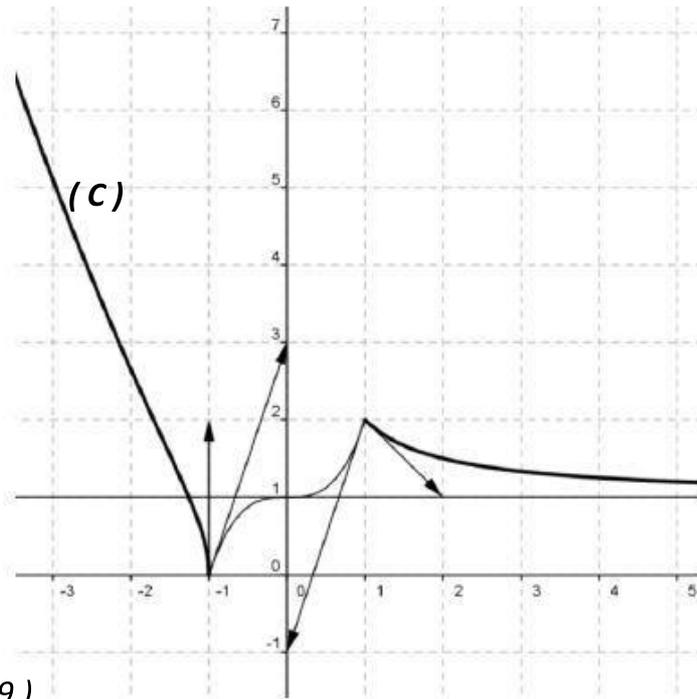
1) Le domaine de dérivabilité de f .

2) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$

3) La solution de l'équation : $f'(x) = 0$.

4) $f'_g(1)$; $f'_d(1)$ et $\lim_{x \uparrow 1^-} \frac{f(x)}{x+1}$.

5) En utilisant l'approximation affine estimer $f(-0,99)$.



II) Soit g la fonction définie par : $g(x) = \sqrt{f(x)}$.

1) a) Déterminer le domaine de continuité de g . Justifier la réponse

b) Montrer que l'équation : $g(x) = \frac{1}{2}$ admet une unique solution α dans $] - 1 ; 1 [$.

2) Justifier que g est dérivable en 0 et déterminer $g'(0)$.

3) Etudier la dérivabilité de g à droite de - 1 . Interpréter géométriquement le résultat obtenu .

EXERCICE N : 2 (6 points)

Soit la fonction f définie sur IR par :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{-x^2 + 3x - 1}{x - 1} & \text{si } x \in] - \infty ; 0] \\ f(x) = ax^2 - 2x + b & \text{si } x \in] 0 ; 1 [\\ f(x) = \sqrt{x} - x & \text{si } x \in [1 ; +\infty [\end{cases}$$

On désigne par (Cf) sa courbe représentative dans le repère orthonormé $R(O, \vec{i}, \vec{j})$.

A) 1) a) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

b) Montrer que (Cf) admet au voisinage de $-\infty$ une asymptote Δ que l'on précisera .

2) Déterminer les valeurs de a et b pour que f soit continue en 0 et en 1 .

B) On prend pour la suite de l'exercice : $a = 1$ et $b = 1$.

1) Montrer que f est dérivable en 0 .

2) a) Etudier la dérivabilité de f en 1 .

b) Déterminer les équations cartésiennes des demi tangentes à (Cf) au point $A(1, 0)$.

3) Donner le domaine de dérivabilité de f .(Justifier votre réponse)

C) 1) Calculer $f'(x)$ pour chacun des intervalles $]-\infty; 0[$; $]0; 1[$ et $]1; +\infty[$.

2) Montrer que (Cf) admet exactement deux tangentes parallèles à la droite $\mathcal{D} : y = -\frac{5}{4}x + 2$.

EXERCICE N : 3 (5 points)

A) On donne un segment $[AB]$ tel que $AB = 4$. Soit G le barycentre des points pondérés $(A, 1)$ et $(B, 3)$

1) Montrer que pour tout $M \in P$ on a : $MA^2 + 3MB^2 = 4MG^2 + 12$.

2) Déterminer ,suivant les valeurs de k , la nature de $(\mathcal{C}_k) = \{ M \in P \text{ tels que : } MA^2 + 3MB^2 = 4k \}$

B) On considère dans un repère orthonormé $R(O, \vec{i}, \vec{j})$ les points $A(-1, 2)$, $B(3, 2)$, $C(4, -3)$

et $G(2, 2)$. On pose : $\Delta = \{ M(x, y) \in P \text{ tels que : } CM^2 - OM^2 = 1 \}$.

1) Vérifier que : $AB = 4$ et que G est le barycentre des points pondérés $(A, 1)$ et $(B, 3)$.

2) Montrer que Δ est une droite d'équation cartésienne : $4x - 3y - 12 = 0$ dans le repère R .

3) a) Calculer la distance $d(G, \Delta)$.

b) Déterminer la valeur de k pour laquelle (\mathcal{C}_k) est un cercle tangente à Δ .

EXERCICE N : 4 (4 points)

Le plan P est orienté dans le sens direct . Dans l'**annexe ci-jointe** on désigne par :

(\mathcal{C}) le cercle de centre O et de diamètre $[AB]$ et E un point de l'arc orienté $\widehat{AB} \setminus \{A, B\}$.

1) Placer sur le cercle (\mathcal{C}) le point F tel que : $(\overline{OE}, \overline{OF}) \equiv \frac{\pi}{6} (2\pi)$.

2) Donner la mesure principale de chacun des angles orientés $(\overline{EF}, \overline{EO})$ et $(\overline{AE}, \overline{AF})$.

3) Soit D le point commun aux demi-droites $[AE)$ et $[BF)$. Montrer que $(\overline{DF}, \overline{DE}) \equiv \frac{5\pi}{12} (2\pi)$.

4) Soit (\mathcal{C}') le cercle circonscrit au triangle EFD . Prouver que (EO) est une tangente à (\mathcal{C}') .

5) On donne les ensembles :

$$\mathbf{C}_1 = \{ M \in P \text{ tels que } (\overline{ME}, \overline{MF}) \equiv -\frac{5\pi}{12} (2\pi) \} \text{ et } \mathbf{C}_2 = \{ M \in P \text{ tels que } (\overline{MA}, \overline{MB}) \equiv \frac{55\pi}{12} (2\pi) \}$$

Déterminer et construire les ensembles \mathbf{C}_1 et \mathbf{C}_2 .

Nom et Prénom :

Annexe à rendre avec la copie

