Lycée secondaire Ali B.Bembla	Devoir de synthèse n° 1 *Mathématiques*	*Classe* : 3 ^{ème} Maths
Date 06 / 12 / 2012	*Prof* : Mosrati chawki	*Durée* : 2 heures

Exercice :1 (3 pts)

Pour chaque question, une seule des trois propositions est exacte. L'élève indiquera sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. la justification est demandée.

Une réponse exacte rapporte (0.25+0.5) *point ; une réponse inexacte ou l'absence de réponse est comptée* 0 *point.*

1) $\vec{u}$ et $\vec{v}$ étant deux vecteurs non nuls tels que $(\vec{u},\vec{v}) \equiv \alpha[2\pi]$ alors une mesure de $(-\vec{v}, \vec{u})$ est :

   a) $-\alpha$ b) $-\alpha+\pi$ c) $\alpha + \pi$

2) Soit $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ trois vecteurs non nuls tels que $(\vec{u},\vec{v}) \equiv \frac{2\pi}{3}[2\pi]$ et $(\vec{v},\vec{w}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$ la mesure principale de $(\vec{w}, \vec{u})$ est :

   a) $-\frac{7\pi}{6}$ b) $\frac{\pi}{6}$ c) $\frac{5\pi}{6}$

3) Soit f une fonction définie sur IR telle que $\lim_{x\to+\infty} f(x)+x=2$ on a (C_f)admet une asymptote d'équation :

   a) y = 2 b) y = -x + 2 c) y = x + 2

4) Soit A et B deux points distincts , M un point du cercle de diamètre [AB] et H le projeté orthogonal de M sur (AB). On a : $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}$ =

   a) MA.MB b) –HA.HB c) 0

Exercice :2 (7 pts)

Soit la fonction f définie par $f(x)=\frac{2x^2+\alpha x+\beta}{x-3}$ .On désigne par C_f la courbe représentative de f dans un repère o.n. $(O,\vec{i},\vec{j})$

1) Sachant que f admet un extremum en 2 de valeur 1, montrer que $f(x)=\frac{2x^2-7x+5}{x-3}$.
2) Calculer $\lim_{x\to3^+} f(x)$ et $\lim_{x\to3^-} f(x)$. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.
3) a- Déterminer les réelles a, b et c tel que : $f(x) = ax + b + \frac{c}{(x-1)}$.

   b- déduire l'asymptote oblique à C_f au voisinage de l'infini.
4) a- Dresser le tableau de variation de f.

   b- Déterminer les extrémums de f et préciser leurs natures.
5) La courbe C_f coupe la droite (xx') en deux points A et B (A est le point tel que $x_A < x_B$) .

   a- Ecrire la tangente T_A à C_f en A.

   b- Déterminer les points de la courbe C_f où la tangente est parallèle à T_A .

Exercice :3 (6 pts)

Dans le plan orienté dans le sens direct, on considère un rectangle de centre O tels que AB = 6 et $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}) \equiv \frac{\pi}{6}[2\pi]$. On désigne par ζ le cercle circonscrit au rectangle ABCD et [At) la demi droite telle que $(\overrightarrow{AD},\overrightarrow{At}) \equiv \frac{\pi}{6}[2\pi]$.

1) Montrer que le demi droite [At) est tangente à ζ.
2) a- Montrer que AC = $4\sqrt{3}$.

   b- Montrer que OAD est un triangle équilatéral.

   c- Calculer $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OD}$

3) Calculer dét $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{DC}\right)$ et dét $\left(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}\right)$.

4) Soit M un point variable de l'arc orienté AB du cercle ζ distinct de A et B. On désigne par N le symétrique de M par rapport à O et F l'intersection de (AM) et (DN).

a- Déterminer la mesure principale de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{NA},\overrightarrow{NB}\right)$.

b- Déterminer la mesure principale de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MB}\right)$.

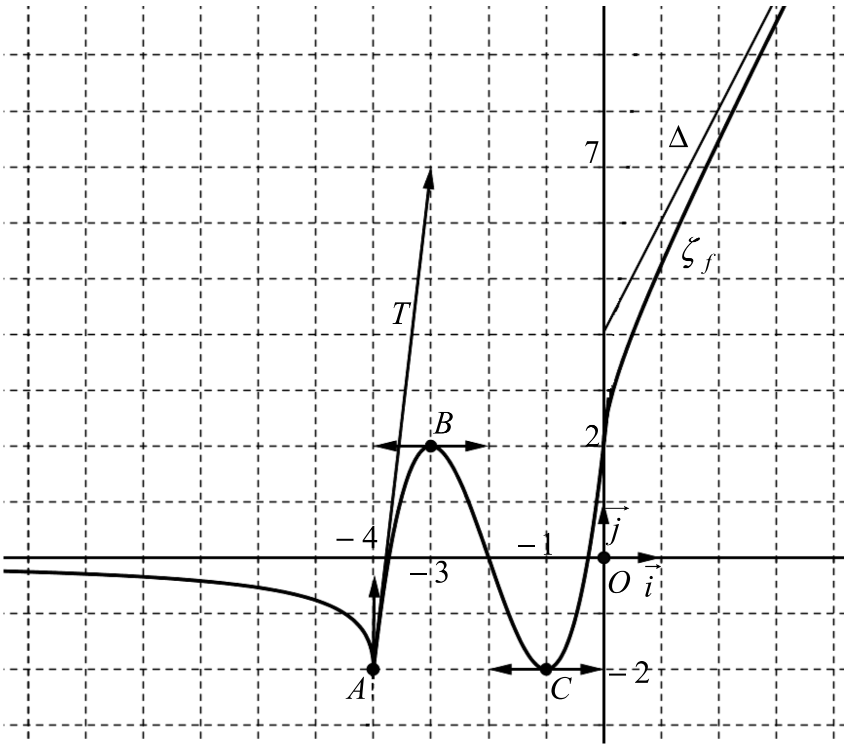
c- Montrer que : $\left(\overrightarrow{AM},\overrightarrow{DN}\right) \equiv \frac{\pi}{3}\ [2\pi]$. En déduire une mesure principale de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{FA},\overrightarrow{FD}\right)$.

d- Déduire que F appartient à un cercle (C) que l'on caractérisera. Construire (C).

Exercice :3 (4 pts)

Sur la figure ci-dessous est tracée la courbe représentative notée C_f dans un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ d'une fonction f définie sur IR. On sait que :

- La droite Δ d'équation $y = 2x+4$ est asymptote à la courbe C_f en $+\infty$.
- La droite d'équation $y = 0$ est asymptote à la courbe C_f en $-\infty$.
- La courbe C_f admet une tangente parallèle à l'axe des abscisses aux points $B(-3,2)$ et $C(-1,-2)$.
- La courbe C_f admet une demi tangente T et une demi tangente verticale au point $A(-4,-2)$.



À partir du graphique et des renseignements fournis :

1) Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} [f(x)-2x]$; .

2) Déterminer $f'(-1)$ et $f'(-3)$.

3) $a-$ Déterminer $f_d'(-4)$.

$b-f$ est elle dérivable à gauche en -4 ? Justifier.

$c-$ Déterminer $\lim\limits_{x\to(-4)^-} \frac{f(x)-f(-4)}{x+4}$.

4) Soit g la fonction définie sur IR par $g(x) = x^2 f(x)$.

$a-$ Montrer que $\lim\limits_{x\to-1} \frac{g(x)-g(-1)}{x+1} = 4$.

$b-$ Donner alors une équation cartésienne de la tangente à la courbe de g au point d'abscisse -1.