

Exercice N°1 (4.5 points)

La courbe ci-contre est la représentation graphique d'une fonction f

1. Déterminer l'ensemble de définition de f

2. Déterminer les équations des asymptotes

à la courbe de f

3.a. Lire à partir du graphique

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x), \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x), \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \text{ et } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$$

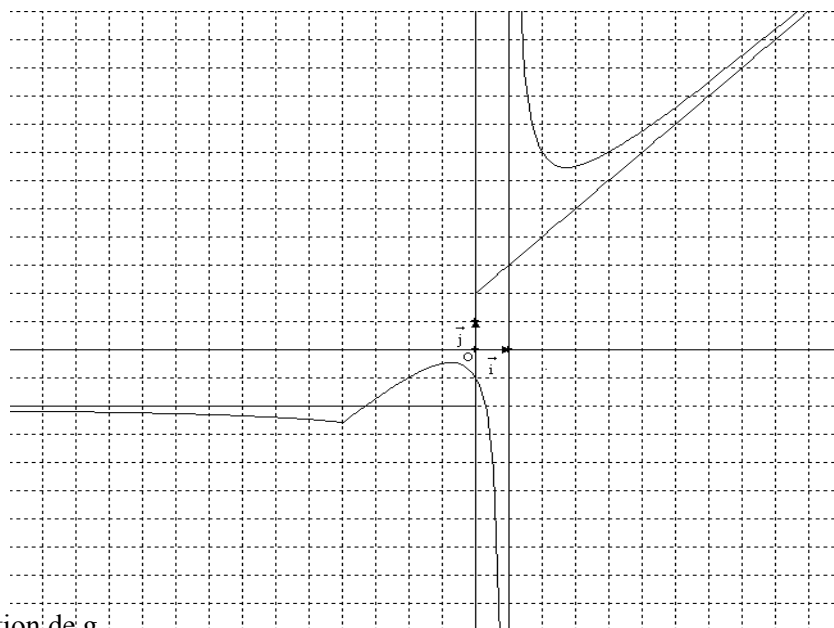
b. Déterminer en justifiant

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+1}{f(x)}, \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3}{f(x)+2} \text{ et } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - x$$

4. On donne $g(x) = \sqrt{f(x)}$

a. Déterminer en justifiant l'ensemble de définition de g

b. Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) - \sqrt{x}$



Exercice N°2 (5 points)

Soit f la fonction définie par
$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2 - x + 3}{2 - x} & \text{si } x \geq 1 \\ f(x) = x^3 + x + 1 & \text{si } x < 1 \end{cases}$$
 et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé

1. Déterminer l'ensemble de définition de f

2. Montrer que f est continue en 1

3. Calculer $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ et interpréter graphiquement le résultat

4.a. Montrer que la droite $D : y = -x - 1$ est une asymptote oblique à (C) au voisinage de $+\infty$

b. Etudier la position relative de (C) et D sur $[1, +\infty[$

5. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R} - \{0\}$ par $g(x) = \frac{f(x)}{x}$ et (C') sa courbe représentative dans un repère orthonormé

Montrer que (C') admet une asymptote horizontale au voisinage de $+\infty$

6.a. Vérifier que pour tout réel x on : $x^3 + x + 10 = (x + 2)(x^2 - 2x + 5)$

b. Calculer $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{f(x) + 9}{x + 2}$



Exercice N°3 (6 points)

Le plan est orienté dans le sens direct

Soit ABC un triangle tel que $(\overline{AB}, \overline{AC}) \equiv \frac{61\pi}{3} (2\pi)$, $(\overline{CA}, \overline{CB}) \equiv \frac{\pi}{4} (2\pi)$ et $AB = 6$

1.a.Déterminer la mesure principale de l'angle $(\overline{AB}, \overline{AC})$

b.En déduire la mesure principale de l'angle $(\overline{BC}, \overline{BA})$

2.a.Placer le point D telque $\begin{cases} (\overline{AC}, \overline{AD}) \equiv \frac{\pi}{3} (2\pi) \\ AC = AD \end{cases}$

b.Calculer $(\overline{AB}, \overline{CD})$ et conclure

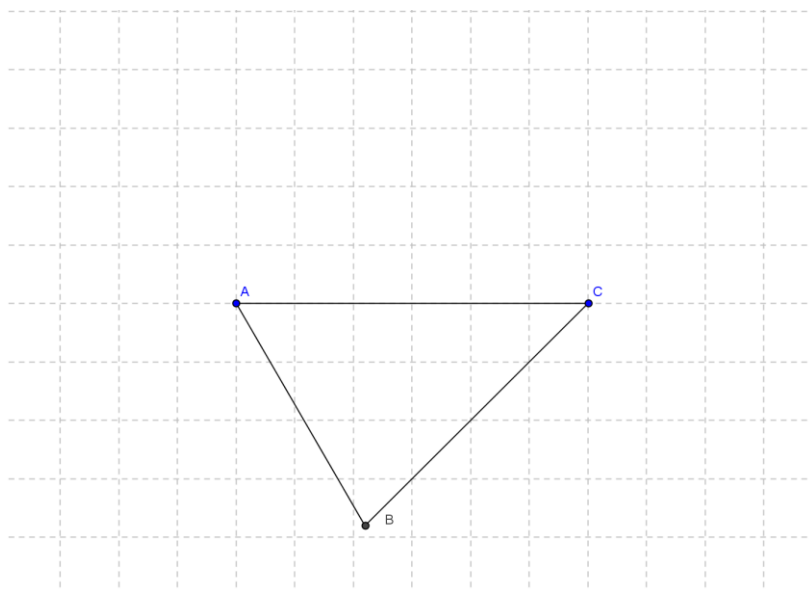
3.a.Construire le point E tel que $\begin{cases} (\overline{AC}, \overline{AE}) \equiv -\frac{2\pi}{3} (2\pi) \\ AC = AE \end{cases}$

b.Montrez que le point A est le milieu de segment [ED]

c.Quelle est la nature du triangle ECD ?

d.Déduire que les droites (EC) et (AB) sont perpendiculaires

4.Déterminer et représenter l'ensemble des points M du plan tel que $(\overline{MA}, \overline{MB}) \equiv \frac{\pi}{3} (2\pi)$



Exercice N°4 (4.5 points)

1. Le plan est muni $(\vec{o}, \vec{i}, \vec{j})$ et soit (C) le cercle trigonométrique de centre o

a. Représenter sur (C) les points M tel que $(\vec{i}, \overrightarrow{OM}) \equiv \theta(2\pi)$ et $\sin \theta = -\frac{1}{2}$

b. Résoudre dans $]-\pi, \pi]$ puis dans $[0, 2\pi[$ l'inéquation $\sin \theta > -\frac{1}{2}$

2. Soit $f(x) = \cos(2x) + \sin(2x)$ avec x réel

a. Calculer $f(\frac{\pi}{6})$

b. Montrer que, pour tout réel x , $f(x) = \sqrt{2}\cos(2x - \frac{\pi}{4})$ et en déduire $\cos(\frac{\pi}{12})$

3. On donne pour tout réel x de $]0, \frac{\pi}{2}[$ l'expression $A(x) = \frac{\cos(x)}{\sin(x)} - \frac{\cos(2x)}{\sin(2x)}$

a. Montrer que pour tout réel x de $]0, \frac{\pi}{2}[$ on a $A(x) = \frac{1}{\sin(2x)}$

b. Calculer $A(\frac{\pi}{8})$ puis montrer que $\tan(\frac{\pi}{8}) = \sqrt{2} - 1$

On rappelle que

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$

$$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$$

$$\sin(a - b) = \sin a \cos b - \sin b \cos a$$