Lycée mateur
Hamda Abbes

Devoir de synthèse N:1

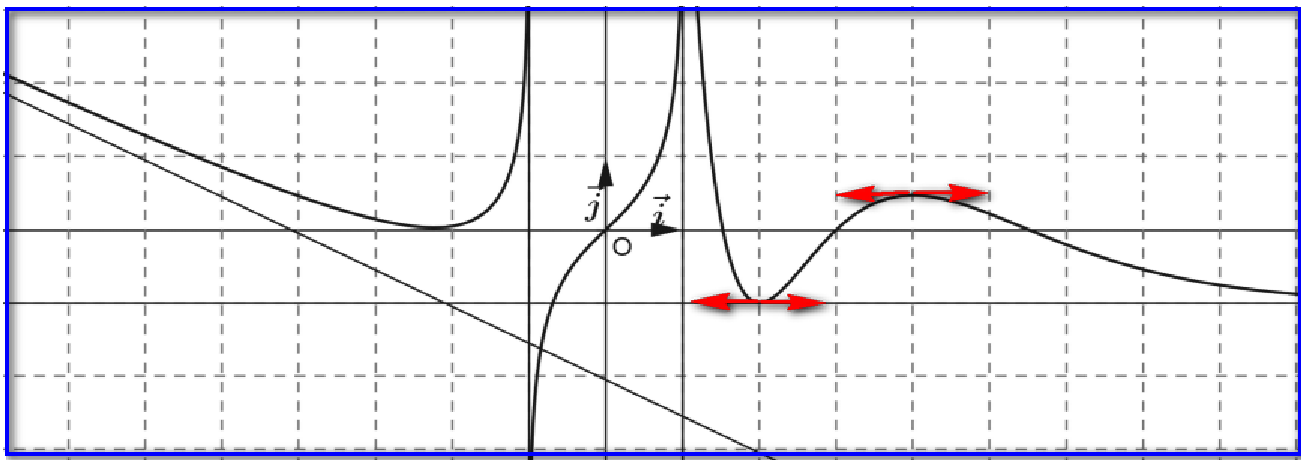
09 *12*2014

Classe: 3 Maths
Durée: 2 heures

Le sujet comporte 3 pages. La page annexe n:3 est à rendre avec la copie.

Exercice 1 (5points)

Dans un repère orthonormé $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$ on a tracé la courbe C_f représentative d'une fonction f .



Par lecture graphique :

1. Préciser l'ensemble de définition de la fonction f.
2. Déterminer : $f(2)$, $f(4)$, $f'(2)$ et $f'(4)$
3. Déterminer les limites suivantes : $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$, $\lim\limits_{x\to -1^-} f(x)$, $\lim\limits_{x\to -1^+} f(x)$, $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$.
4. Déterminer les réels a et b tels que $\lim\limits_{x\to -\infty} [f(x) - (ax+b)] = 0$.
5. Sachant que la courbe représentative de la fonction f admet la droite d'équation : $y = x$ comme tangente au point O . Déterminer $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{f(x)}{x}$.
6. Résoudre graphiquement l'équation : $f(x) = \dfrac{1}{2}$ dans $[0, +\infty[$.

Exercice 2 (7points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ par $f(x) = \dfrac{x^2+3x}{x+1}$ et soit C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$.

1. Déterminer les limites de la fonction f aux bornes de son ensemble de définition .

   (a) Déterminer les réels α , β et γ tels que $f(x) = \alpha x + \beta + \dfrac{\gamma}{x+1}$.

(b) Montrer que la droite $\triangle$ d'équation : $y = x + 2$ est une asymptote oblique à C_f au voisinage de $-\infty$ et $+\infty$.

(c) Etudier la position relative de C_f par rapport à $\triangle$.

2. Montrer que la courbe C_f admet un centre de symétrie Ω , que l'on déterminera son coordonnées dans le repère orthonormé $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$.

3. **Dans l'annexe ci-jointe**,on a placé la deroite D d'équoition $y = m$ òu m est un réel , M et N les points d'intersection de la droite D avec la courbe C_f , et le point I le milieu de $[MN]$.

(a) Déterminer en fonction de m, les coordonnées du point I dans le repère $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$.

(b) Soit Γ l'ensemble des point I l'orsque m varie sur $\mathbb{R}$.Montrer que Γ et une droite que l'on précisera leur équation dans le repère $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$ .Justifier que $\Omega \in \Gamma$.

(c) **Sur l'annexe :** tracer Γ dans le repère $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$.

Exercice 3 $(8points)$

Le plan $\wp$ est orienté dans le sens direct .

Dans l'annexe ci-jointe , ABC est un triangle isocèle de sommet principal A tel que : $\left(\widehat{\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}}\right) \equiv \frac{\pi}{6}\ [2\pi]$.

Et ξ son cercle circonscrit .

1. Déterminer la mesure principale de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right)$.

2. Soit M un point de l'arc orienté $\overset{\frown}{BC}$, distinct de B et C. Soient I , H et K les projetés orthogonaux de M respectivement sur (AB) , (BC) et (AC) .

(a) Montrer que les points H , K , C et M appartiennent à un mème cecle ξ' que l'on précisera. Tracer ξ' sur **l'annexe.**

(b) Montrer que $\left(\widehat{\overrightarrow{KH}, \overrightarrow{KM}}\right) \equiv \left(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AM}}\right)\ [2\pi]$.

(c) Montrer que $\left(\widehat{\overrightarrow{KM}, \overrightarrow{KI}}\right) \equiv \left(\widehat{\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AB}}\right)\ [2\pi]$. En déduire que les points I , H et K sont alignés .

3. Soit $\mathcal{F} = \left\{N \in \wp / \left(\widehat{\overrightarrow{NB}, \overrightarrow{NC}}\right) \equiv \frac{\pi}{3}\ [2\pi]\right\}$ .Soit D le symétrique de C par rapport à A.

(a) Montrer que D appartient à $\mathcal{F}$.

(b) Déterminer l'ensemble $\mathcal{F}$. Construire sur **l'annexe** l'ensemble $\mathcal{F}$.

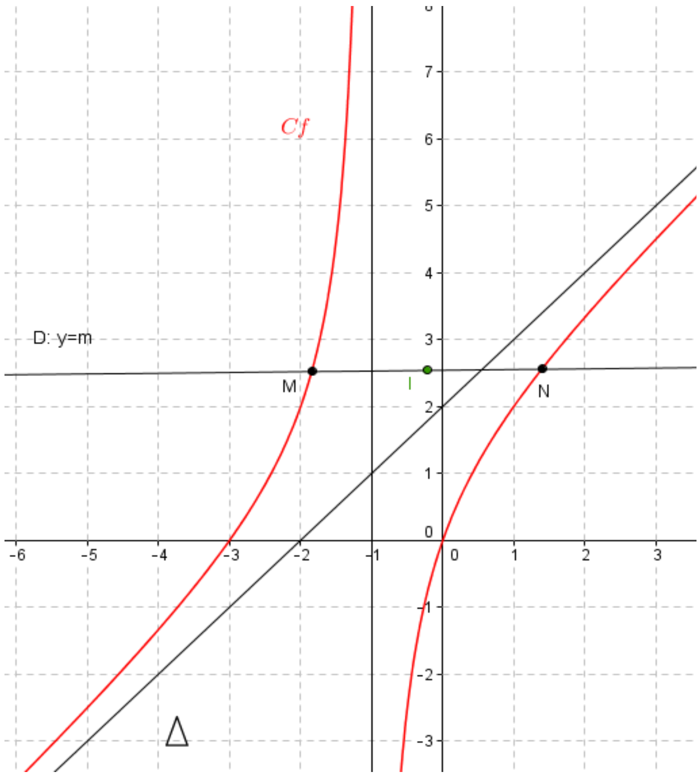
4. Soit M' le symetrique de M par rapport à (BC) .Montrer que $M' \in \mathcal{F}$.

5. Soit $AB = 2$ et $BC = 2\sqrt{3}$, calculer det $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right)$ et déduire la langueur h_A l'hauteur issu de A dans le triangle ABC.

Nom et prénom :..

Annexe (à rendre avec la copie)

Exercice 2



Exercice 3