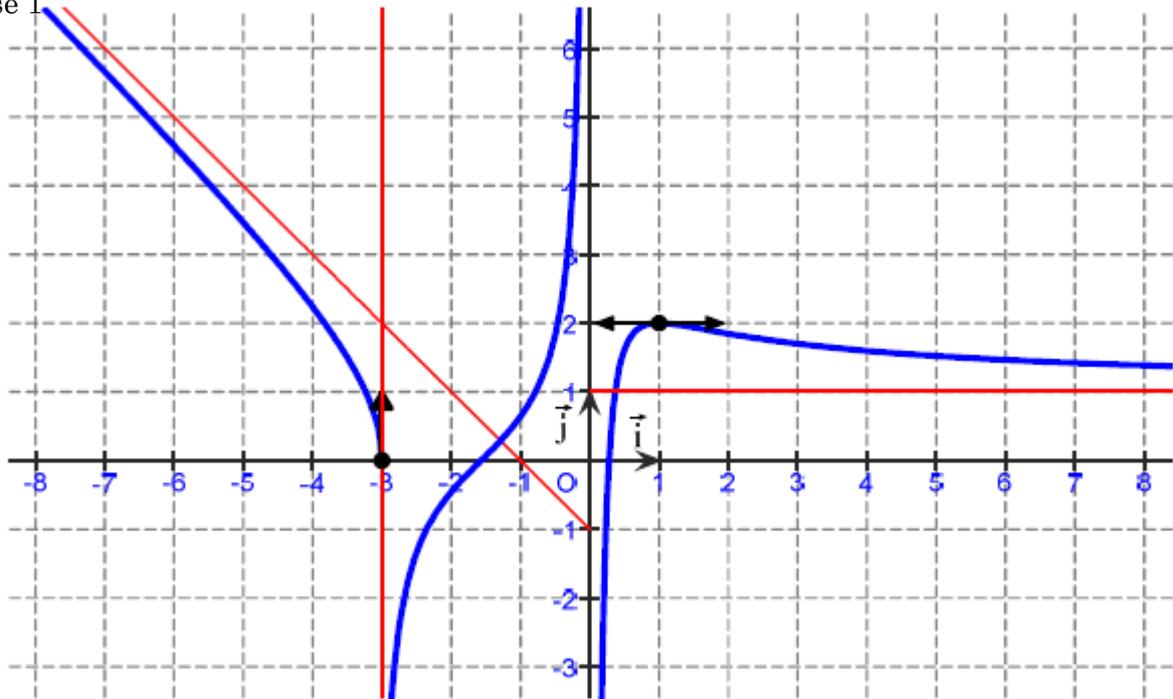


❖ **Exercice n°1** : (4points)

La courbe (C) ci-dessous est la représentation graphique d'une fonction f dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j})

- La droite d'équation : $x = -3$ est une asymptote à (C) .
- La droite d'équation : $y = -x - 1$ est une asymptote à (C) au voisinage de $-\infty$.
- La droite d'équation $y = 1$ est une asymptote à (C) au voisinage de $+\infty$
- L'axe des ordonnées est une asymptote à (C)
- La courbe (C) admet une demi tangente verticale à gauche au point d'abscisse -3 et une tangente au point d'abscisse 1.



Par lecture graphique :

1. Déterminer le domaine de définition de f .

2. a. Déterminer : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -3^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

b. Déterminer $f'(1)$

c. Déterminer $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) + x - 2]$

3. f est-elle dérivable à gauche en (-3) ? Déterminer $\lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{-f(x)}{x + 3}$

4. Soit g la fonction définie sur $[0,5 ; +\infty[$ par $g(x) = \sqrt{f(x) + 2x}$

a. Montrer que $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{g(x) - 2}{x - 1} = \frac{1}{2}$

b. Ecrire une équation cartésienne de la tangente à la courbe de g au point d'abscisse 1.



❖ **Exercice n°2 : (6points)**

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, \vec{u}, \vec{v}) , on donne le point A de coordonnées polaires $(2 ; \frac{\pi}{3})$

Et le point B de coordonnées cartésiennes $(-\sqrt{2}; \sqrt{2})$.

1. a. Déterminer es coordonnées cartésiennes de A et les coordonnées polaires de B.

b. Placer les points A et B dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j})

2. a. Calculer $\cos(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$ et $\sin(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$.

b. En déduire que $\tan\left(\frac{5\pi}{12}\right) = 2 + \sqrt{3}$

3. Soit $f(x) = (2 + \sqrt{3}) \cos(x) + \sin(x)$.

a. Montrer que $f(x) = 2\sqrt{(2 + \sqrt{3})} \cos\left(x - \frac{\pi}{12}\right)$

b. Résoudre ,dans \mathbb{R} , l'équation : $(2 + \sqrt{3}) \cos(x) + \sin(x) = \sqrt{(2 + \sqrt{3})}$.



❖ **Exercice n°3 : (4points)**

A] 1. Soit $A = \cos\frac{\pi}{5} - \sin\frac{\pi}{5}$. Mettre A sous forme $r \cos\left(\frac{\pi}{5} - \varphi\right)$.

2. Calculer alors $B = \frac{\cos\frac{\pi}{5} - \sin\frac{\pi}{5}}{\sin\left(\frac{\pi}{20}\right)}$

B] Soit x un réel de $\mathbb{R} \setminus \{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

1. Montrer que : $\tan(x) + \frac{1}{\tan(x)} = \frac{2}{\sin(2x)}$

2. Montrer alors que $\tan^2(x) + \frac{1}{\tan^2(x)} = \frac{4}{\sin^2(2x)} - 2$.

3. Déduire alors que $\tan^2\left(\frac{\pi}{12}\right) + \tan^2\left(\frac{5\pi}{12}\right) = 14$

❖ **Exercice n°4 : (6points)**

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 + 4} & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{-x^2 - x + 2}{x + 1} & \text{si } x > 0 \end{cases}$

(C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1. a. Montrer que f est continue en 0.

b. Montrer que f est continue sur \mathbb{R} .

2. Etudier la dérivabilité de f en 0.

3. a. Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

b. Montrer que la droite $\Delta: y = -x$ est une asymptote oblique à (C) au voisinage de $-\infty$.

c. Etudier la position relative de (C) et Δ .

4. Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x))$ puis $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) + x)$. Interpréter graphiquement le résultat.

5. Soit $a \in]-\infty, 0]$.

a. Montrer que f est dérivable en a et que $f'(a) = \frac{a}{\sqrt{a^2 + 4}}$

b. Ecrire une équation de la tangente à (C) au point $A(-1; \sqrt{5})$.

c. Déterminer le réel $x_0 \in]-\infty, 0]$ tel que la tangente à (C) au point d'abscisse x_0 soit perpendiculaire à la droite D : $-\sqrt{3}x + y + 3 = 0$.

Bon travail

