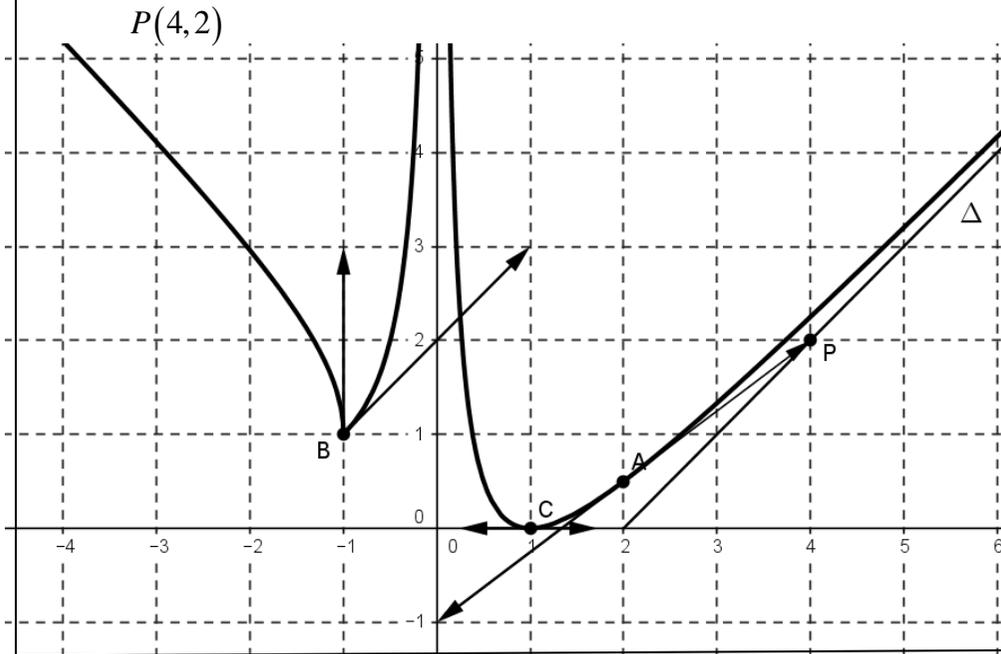


**Exercice N°1 :**

On donne ci-dessous la courbe représentative  $\xi_f$  d'une fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}^*$ . On sait que :

- La droite  $\Delta : y = x - 2$  est une asymptote à  $\xi_f$  au voisinage de  $(+\infty)$
- La droite d'équation " $x = 0$ " est une asymptote à  $\xi_f$
- La courbe admet deux demi-tangentes au point  $B(-1,1)$  et une tangente horizontale au point  $C(1,0)$
- La tangente à la courbe  $\xi_f$  au point  $A(2; 0,5)$  passe par le point  $P(4,2)$



1. Par lecture graphique donner :

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x + 2] \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x - 2 - f(x)}$$

2.

a. Déterminer :  $f'(1)$  ;  $f'(2)$

b.  $f'_d(-1)$  et  $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{f(x) - 1}{x + 1}$

3. Dresser le tableau de variation de la fonction  $f$

**Exercice N°2 :**

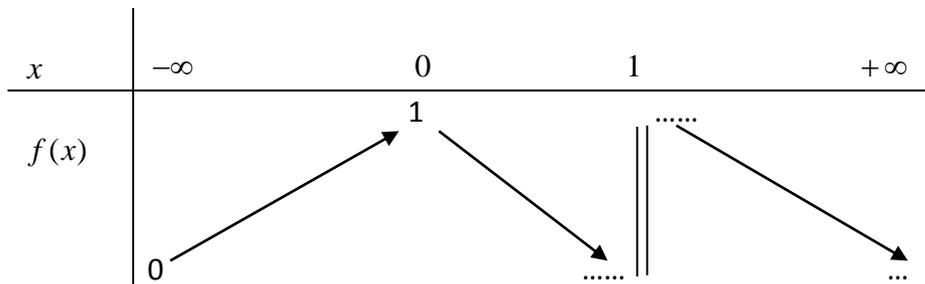
Le plan est muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . On désigne par  $\xi_f$  la courbe représentative de la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R} - \{1\}$  par :

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 + 1} + x & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{2x - 1}{x - 1} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

1. Etudier la continuité de  $f$  en 0.

2. Déterminer  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ . interpréter graphiquement le résultat.

- 3.
- Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  . interpréter graphiquement le résultat.
  - Montrer que l'axe des abscisses est une asymptote horizontale à la courbe  $\xi_f$  au voisinage de  $(-\infty)$
- 4.
- Etudier la dérivabilité de  $f$  à droite en 0.
  - Montrer que  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x} = 1$ .  
la fonction  $f$  est-elle dérivable en 0 ?
  - Déterminer des équations des demi-tangentes à  $\xi_f$  en 0
5. On donne le tableau de variation de la fonction  $f$
- Compléter le tableau par les limites trouvées



- Construire la courbe  $\xi_f$  ainsi que les demi-tangentes à  $\xi_f$  au point d'abscisse 0.

**Exercice N°3 :**

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . on considère  $A$  et  $B$  de coordonnées cartésienne  $A(-1 + \sqrt{3}, -1 - \sqrt{3})$  et  $B(\sqrt{3}, -\sqrt{3})$ .  
 $C$  le point de coordonnées polaires  $C\left(\sqrt{2}, -\frac{3\pi}{4}\right)$ .

- Déterminer les coordonnées cartésiennes du point  $C$
- Déterminer les coordonnées polaires du point  $B$
  - Construire le point  $B$
- Montrer que  $OBAC$  est un rectangle
  - Construire le point  $A$
- Montrer que  $(\vec{OA}, \vec{OB}) \equiv \frac{\pi}{6} [2\pi]$
  - Déduire les coordonnées polaires de  $A$

**Exercice N°4 :**

Soit  $A = (\sqrt{2} - 1)\cos(2x) + \sin(2x)$

1.

a. Résoudre dans IR l'équation (E) :  $x^2 + 2x - 1 = 0$

b. en utilisant la formule :  $\tan(2a) = \frac{2 \tan(a)}{1 - \tan^2(a)}$

Montrer que  $\tan\left(\frac{\pi}{8}\right)$  est une solution de l'équation (E)

c. déduire que  $\tan\left(\frac{\pi}{8}\right) = \sqrt{2} - 1$

2. Montrer que  $A = (\sqrt{2} - 1)\cos(2x) + \sin(2x) = \frac{\sin\left(2x + \frac{\pi}{8}\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)}$

3. En utilisant la formule  $\cos^2(a) = \frac{1 + \cos(2a)}{2}$

Montrer que  $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right) = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{2}}}{2}$

4. Déduire que  $A = \frac{2}{\sqrt{2 + \sqrt{2}}} \cos\left(2x - \frac{3\pi}{8}\right)$

5. Résoudre dans IR l'équation  $A = 0$