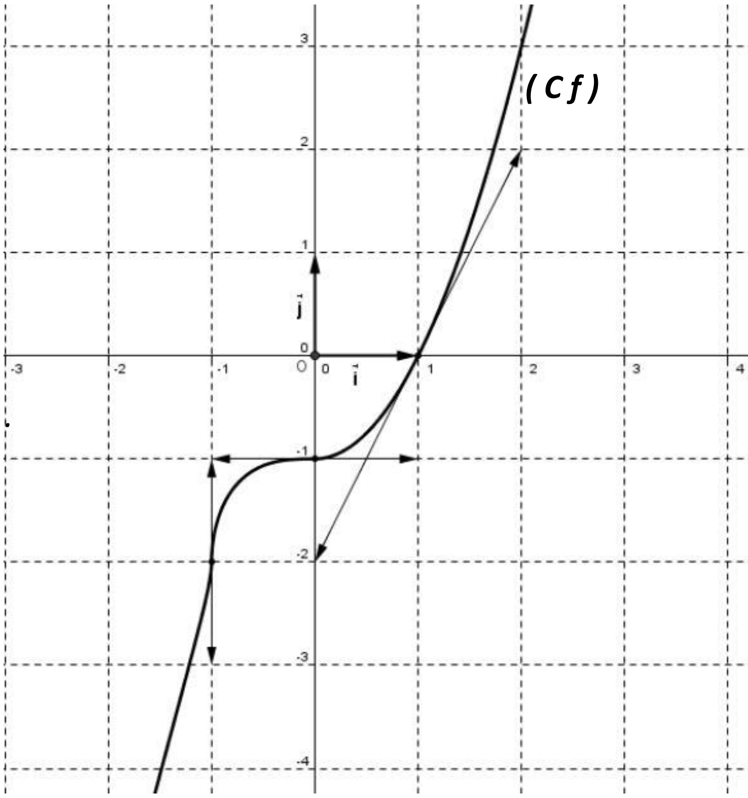
Lycée Houmet Souk	Devoir de Synthèse N : 1	3 Mathématique 2
Prof : Loukil Mohamed	Durée : 2 Heures	16 Décembre 2015

EXERCICE N : 1 (4.25 points)

La figure ci-contre contient la représentation graphique **(C f)** d'une fonction f dans le repère orthonormé $(O , \vec{i} , \vec{j})$.



A) Par lecture graphique , déterminer :

1) Le domaine de dérivabilité de f .

2) $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{f(x)}{x}$; $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{f(x)+1}{x}$;

3) $f'(1)$; $\lim\limits_{x \to -1^-} \dfrac{f(x)-f(-1)}{x+1}$ et $\lim\limits_{x \to -1^+} \dfrac{f(x)+2}{x^2-1}$.

4) Donner une équation cartésienne de la tangente à **(C f)** au point **A** d'abscisse 1 .

5) En utilisant l'approximation affine estimer $f(0.98)$

B) Soit la fonction g définie par : $g(x) = \dfrac{1}{f(x)+2}$.

1) a) Déterminer le domaine de définition D_g de g .

b) Justifier que g est continue sur D_g .

2) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$; $\lim\limits_{x \to -1^-} g(x)$ et $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{g(x)-1}{x}$.

EXERCICE N : 2 (6 points)

Soit la fonction f définie sur IR par : $\begin{cases} f(x) = \sqrt{4-x} - 3 & \text{si} \quad x < 0 \\ f(x) = \dfrac{(m+1)x^2 - 3x + m^2}{x-1} & \text{si} \quad 0 \leq x < 1 \\ f(x) = \sqrt{x^2 - 1} + x & \text{si} \quad 1 \leq x \end{cases}$

On désigne par **(C f)** sa courbe représentative dans le repère orthonormé **R** $(O , \vec{i} , \vec{j})$.

A) 1) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} [f(x) - 2x]$. Interpréter graphiquement les résultats obtenus

2) a) Etudier , suivant les valeurs du paramètre réel m , la limite de f à gauche en 1 .

b) Déduire la valeur de m pour laquelle f est continue en 1 .

3) a) *Etudier la dérivabilité de f à droite en 1 . Interpréter graphiquement le résultat obtenu.*

b) *Justifier que pour tout réel m f n'est pas dérivable en 1 .*

4) *Soit g la restriction de f sur $]-\infty ; 0[$ et* **(Cg)** *sa courbe dans le repère* **R** .

a) *Soit $a \in]-\infty ; 0[$. Montrer que g est dérivable en a et que : $g'(a) = -\dfrac{1}{2\sqrt{4-a}}$.*

b) *Déterminer les coordonnées du point* **A** *de* **(C g)** *dont la tangente est perpendiculaire à la droite $\mathscr{D}$: $6x - y + 1 = 0$.*

c) *Déterminer les coordonnées du point* **B** *de* **(Cg)** *dont la tangente passe par le point* **C** $(4 ; -1)$.

EXERCICE N : 3 (4 points)

Le plan P est orienté dans le sens direct .

Dans **l'annexe ci-jointe** *on désigne par $(\mathscr{C})$ le cercle circonscrit au triangle ABC tels que :*

$(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}}) \equiv \dfrac{\pi}{3}\,(2\pi)$ et $(\widehat{\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}}) \equiv -\dfrac{\pi}{4}\,(2\pi)$ **.**

1) *Montrer que* $(\widehat{\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}}) \equiv \dfrac{5\pi}{12}\,(2\pi)$.

2) *Déterminer et construire l'ensemble* $\Gamma = \left\{ M \in P \text{ tels que } (\widehat{\overrightarrow{MC},\overrightarrow{MB}}) \equiv \dfrac{5\pi}{12}\,(2\pi) \right\}$.

3) a) *Construire le point E de Γ tel que le triangle BCE soit isocèle de sommet principal C .*

b) *Montrer que* $(\widehat{\overrightarrow{BE},\overrightarrow{BC}}) \equiv \dfrac{5\pi}{12}\,(2\pi)$.

c) *En déduire que les droites (BE) et (AC) sont parallèles .*

4) *La droite (BE) recoupe $(\mathscr{C})$ en F . Montrer que ACEF est un parallélogramme .*

EXERCICE N : 4 (5.75 points)

Le plan est muni du repère orthonormé direct **R** $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
On donne les points $A(3\sqrt{3}, 3)$; $B(3\sqrt{3}, -3)$ et $C(4\sqrt{3}, 0)$.

1) a) *Calculer* $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$ *et* $\det(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB})$ *puis déduire* $\cos(\widehat{\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}})$ *et* $\sin(\widehat{\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}})$.

b) *Déterminer alors la mesure principale de l'angle orienté* $(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB})$.

2) a) *Déterminer les coordonnées polaires de A et B .*

b) *Construire les points A et B dans le repère* **R** .

3) a) *Donner la mesure principale de l'angle orienté* $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$.

b) *Déduire la nature du triangle OAB .*

4) a) *Montrer que les points O , A , B et C sont situés sur un même cercle $(\mathcal{C})$.*

b) *On pose I le centre de $(\mathcal{C})$. Montrer que I est le milieu de [OC] .*

c) *Déduire la construction du cercle $(\mathcal{C})$ et du point C dans le repère* **R** .

Annexe à rendre avec la copie

Nom et Prénom :