Classe : $3^{ème}$Maths Lycée . S . Ben arous	Devoir de synthèseN°1 Mathématiques Durée : 2 Heures	Prof : Lâamaimi. M 2015/2016 Tél :21611145

Exercice1 **(3 points)**

La courbe (C) ci dessous est celle d'une fonction f définie sur IR /{ 1},

- la droite $\mathcal{D}_1$: $y = -\frac{5}{4}x + \frac{3}{4}$ est une asymptote oblique à (C) au voisinage de $-\infty$
- (C) admet une asymptote verticale $\mathcal{D}_2$: x = 1
- (C) admet une asymptote horizontale $\Delta : y = -2$ au voisinage de $+\infty$.
- (C) admet une tangente horizontale en B et une tangente en A passant par le point (1 , 0)

Utiliser cette courbe pour répondre aux questions suivantes

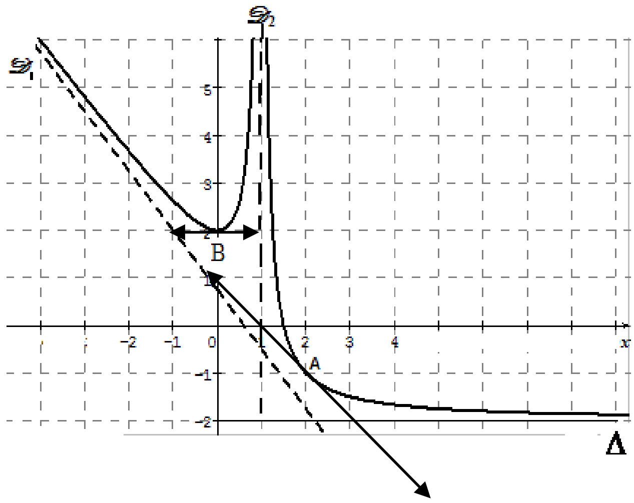
1) Donner $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)+\frac{5}{4}x$; $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)$ et $f'(0))$.

2) **a-** déterminer graphiquement f '(2)

b- Ecrire une équation de la tangente T au point A

.

c- Donner une approximation affine de f(1,99)



Exercice2 **(6 points)** On considère la fonction f définie sur IR par : $f(x)=\begin{cases} \dfrac{7x^2+2x-5}{2(x^2-1)} & si\ \ x<-1 \\ \sqrt{x^2+x+1}-2x & si\ x\geq -1 \end{cases}$

1) **a-** calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$, **-** interpréter graphiquement le résultats obtenu.

b- montrer que $\lim\limits_{x\to(-1)^-} f(x)=3$.

2) **a-** étudier la continuité de f en -1 .

b- déduire que f est continue sur IR

3) **a-** calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

b- montrer que pour tout $x \geq -1$, $f(x)-(-x+\frac{1}{2})=\frac{3}{4.\left[x+\frac{1}{2}+\sqrt{x^2+x+1}\right]}$.

c- déduire que la droite $\Delta : y=-x+\frac{1}{2}$ est une asymptote oblique à la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ de f au voisinage de $+\infty$.

d- étudier la position de $\mathscr{C}_f$ par rapport à Δ .

<u>Exercice3</u> (6 points) Pour tout réel x , on pose $f(x)=2\cos^2(x-\frac{\pi}{4})+2\sin^2(x)-2$.

1) **a-** montrer que pour tout réel x $f(x)=\sin(2x)-\cos(2x)$ **.**

b- en déduire que pour tout réel x , $f(x+\frac{\pi}{2})+f(x)=0$.

2) **a-** calculer $f(\frac{\pi}{3})$ et déduire que $\cos^2\left(\frac{\pi}{12}\right)=\frac{\sqrt{3}+2}{4}$.

b- montrer alors que $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$.

3) **a-** vérifier que pour tout réel x $f(x)=\sqrt{2}\cos(2x-\frac{3\pi}{4})$.

b- Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x)=\frac{\sqrt{3}+1}{2}$.

<u>Exercice3</u> (5 points)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .et $\mathscr{C}$ est le cercle trigonométrique de centre O .

Soient A(-1 , 0) , B (2 , 0) et C (0 , $\sqrt{3}$) et M un point de $\mathscr{C}$ tel que $(\widehat{\vec{i}, \overrightarrow{OM}}) \equiv \theta[2\pi]$.

1) calculer $\cos(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}})$ et $\sin(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}})$ .et en déduire une mesure de l'angle orienté $(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}})$

2) **a-** déterminer les composantes de chacune des vecteurs $\overrightarrow{OM}$ et $\overrightarrow{BM}$

b- montrer que $\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{BM}=1-2\cos(\theta)$.

c- en déduire les valeurs de θ pour lesquelles la droite (BM) est tangente à $\mathscr{C}$.

3) **a-** montrer que $dét(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AC})=\sqrt{3}-2\cos(\theta-\frac{\pi}{3})$.

b- en déduire les valeurs de θ pour lesquelles les points A , C et M sont alignés

4) **a-** Montrer que $AM=\sqrt{2+2\cos(\theta)}$.

b- déterminer et représenter l'ensemble E des point M de $\mathscr{C}$ tels que $AM \geq \sqrt{3}$.