

Mr : KSAIER	REPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTERE DE L'EDUCATION ET DE LA FORMATION	DATE : 24/01/2018
LYCEE : 2MARS KORBA	DEVOIR DE SYNTHESE °N1	NIVEAU : 3 ^{em} MATH
DUREE : 2 HEURS	EPREUVE : MATHEMATIQUE	COFFICIENT 4

EXERCICE °N1 (10oints)

I) Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ par : $f(x) = \frac{2x^2+ax+b}{x-2}$; ou a et b sont deux réels et ζf sa courbe représentative dans un repère orthonormé $R(O; \vec{i}; \vec{j})$

1) Montrer que pour tout réel $x \neq 2$ on a : $f'(x) = \frac{2x^2-8x-2a-b}{(x-2)^2}$

2) Déterminer a et b pour que la courbe ζf admet en $A(1; -3)$ une tangente parallèle à l'axe des abscisses

II) Dans la suite on prend : $f(x) = \frac{2x^2-7x+8}{x-2}$

1) Montrer que : $f(x) = 2x - 3 + \frac{2}{x-2}$

2) a) Montrer que les droites $\Delta: y = 2x - 3$ et $\Delta': x = 2$ sont deux asymptotes à ζf

b) Déterminer les points de ζf tel que les tangents soit parallèle à $\Delta'': y = \frac{3}{2}x + 4$ puis déduire leurs expressions

3) Montrer que le point $I(2; 1)$ est un centre de symétrie à ζf

4) a) Déterminer le tableau de variation de f

b) Tracer ζf

III) Soient g la fonction définie par $g(x) = \frac{2x^2-4x-3|x-1|+5}{|x-1|-1}$ et ξg sa courbe représentative dans le même repère

1) Déterminer le domaine de définition Dg de g

2) Montrer que la droite d'équation $D: y = 1$ est un axe de symétrie à ξg

3) Déterminer l'expression de $g(x)$ si $x \in [1; +\infty[\setminus\{2\}$

4) A partir de ζf Déduire la courbe ξg

EXERCICE °N2 (4points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct

$R(O; \vec{u}; \vec{v})$ On considéré un losange OABC tel que

$(2\sqrt{3}; -2)$ sont les coordonnées cartésiennes de A

$(\vec{u}; \overrightarrow{OC}) \equiv \frac{2\pi}{3} [2\pi]$

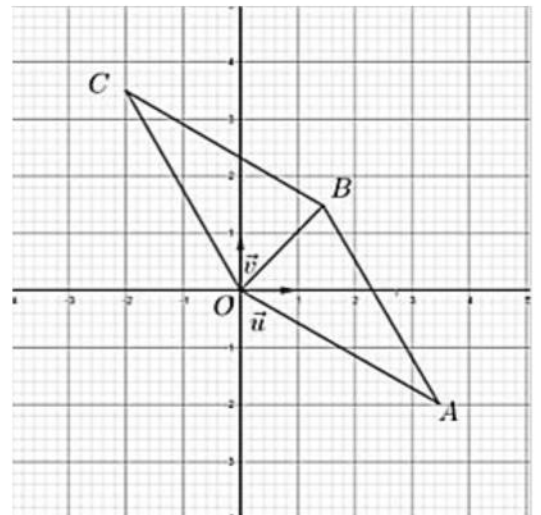
1) a) Déterminer les coordonnées polaires de A

b) Déterminer les coordonnées cartésiennes de C

2) a) Déterminer une mesure de l'angle orienté

$(\overrightarrow{OA}; \overrightarrow{OC})$

b) En déduire une mesure de l'angle $(\overrightarrow{OA}; \overrightarrow{OB})$



et de l'angle $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AO})$

c) Calculer OB puis déduire que : $OB^2 = 4(\sqrt{6} - \sqrt{2})^2$

d) Déduire les coordonnées polaires de B

EXERCICE °N3 (6points)

Soient x un réel et $u(x) = \sqrt{3} - \sqrt{3} \cos(2x) + \sin(2x)$ et $v(x) = \sqrt{3} \cos(2x) + \sin(2x)$

1) a) Déterminer les réels $r > 0$ et $\alpha \in]-\pi; \pi]$ tel que $v(x) = r \cos(2x - \alpha)$

b) Montrer que pour tout réel x on a : $u(x) = 4 \sin x \sin(x + \frac{\pi}{6})$

2) a) Calculer $u(\frac{5\pi}{12})$; $v(\frac{5\pi}{12})$

b) Résoudre dans \mathbb{R} : $v(x) = 0$

3) On pose $g(x) = \frac{u(x)}{v(x)}$

a) Déterminer le domaine de définition D_g de g

b) Montrer que $\cos(2x - \frac{\pi}{6}) = 2 \sin(x + \frac{\pi}{6}) \cos(x + \frac{\pi}{6})$

c) Déduire que : $g(x) = \frac{\sin x}{\cos(x + \frac{\pi}{6})}$

d) Calculer $g(\frac{5\pi}{12})$ puis déduire la valeur exacte de $\tan(\frac{5\pi}{12})$

4) Résoudre dans \mathbb{R} : $g(x) = 1$