REPUBLIQUE TUNISIENNE - MINISTERE DE L'EDUCATION ❄❄❄❄ **DEVOIR DE SYNTHESE N : 1**			LYCEE SECONDAIRE **AJIM** JERBA B BRAHIM KHALED
EPREUVE : MATHEMATIQUES	COEFFICIENT : 4	NIVEAU ET SECTION : 3^{e} M	
Premier trimestre	Date : 06 décembre 2010		Durée : 2 heures

Commentaires : *Le sujet comporte deux pages.*
Vous pouvez faire les exercices dans l'ordre que vous souhaitez.
Il sera tenu compte du soin apporté à la rédaction et à la présentation.

EXERCICE 1 (04 points)

Pour chacune des quatre questions de ce QCM, une seule des trois affirmations est exacte.

Indiquer laquelle sans justification.

Le plan est orienté dans le sens direct.

1) Pour tout réel x, $2\cos^2(x)$ est égal à ...

(a) : $1-\cos(2x)$. (b) : $1+\cos(2x)$. (c) : $1-\sin(2x)$. (d) : $1+\sin(2x)$.

2) Pour tout réel x, $2\cos(2x)\cos(x)$ est égal à ...

(a) : $\cos(x)+\cos(3x)$. (b) : $\cos(3x)-\cos(x)$. (c) : $\cos(x)-\cos(3x)$. (d) : $\sin(x)+\sin(3x)$.

3) Pour tout réel x, $4\cos^3(x)$ est égal à ...

(a) : $\cos(x)-\cos(3x)$. (b) : $\cos(x)+\cos(3x)$. (c) : $3\cos(x)-\cos(3x)$. (d) : $3\cos(x)+\cos(3x)$.

4) Dans l'intervalle $]-\pi\,;\pi]$, l'équation $\cos^3(x)=\cos(3x)$ possède exactement ...

(a) : une solution. (b) : deux solutions. (c) : trois solutions. (d) : quatre solutions.

EXERCICE 2 (06 points)

On considère la fonction $f: \mathrm{IR} \longrightarrow \mathrm{IR}$

$$x \longmapsto \frac{x\sqrt{x}}{|x-1|-1}$$

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormal.

1) Justifier que f est définie sur $]0;2[\,\cup\,]2;+\infty[$.

2) Montrer que f est prolongeable par continuité en 0.

3) Soit $\tilde{f}$ le prolongement de f en 0 et g la restriction de $\tilde{f}$ sur $[0\,;2[$.

a. Donner la nature de la branche infinie de (C).

b. Etudier la dérivabilité de g en 1 puis sur l'intervalle $[0\,;2[$.

c. Déterminer la fonction dérivée g' de g.

4) a. Montrer que l'équation $g(x)=-2$ admet dans l'intervalle $]1\,;2[$ une unique solution α.

b. Prouver que $g'(\alpha)=\frac{6-\alpha}{\alpha(\alpha-2)}$.

EXERCICE 3 (05 points)

On se propose d'étudier la fonction numérique f dont on donne ci-dessous le tableau de variation :

x	-4		-3		-1		0		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	(-1)	$-$	0	$+$	0	$+$	
$f(x)$	2	↗	4	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	0	↘	-2	↗	-1	↗	0

1) Préciser les ensembles de définition de f et de f'.
2) Donner les équations des asymptotes à la courbe représentative (C) de f.
3) Ecrire les équations des tangentes à (C) aux points d'abscisses 0 et 3.
4) Préciser les extrema de f.
5) Ebaucher la courbe (C) dans un repère orthonormal.

EXERCICE 4 (05 points)

Dans un repère orthonormal direct $(O\,;\ \vec{i},\vec{j})$ on considère le point M de coordonnées $(2\sqrt{3};\ 2)$.

1) Donner des coordonnées polaires de M dans $(O\,;\ \vec{i})$.
2) On considère le pont N tel que $ON = \frac{1}{2}\ OM$ et $\left(\widehat{\overrightarrow{OM},\overrightarrow{ON}}\right) \equiv \frac{3\pi}{4}\,(2\,\pi)$.

   Déterminer des coordonnées polaires de N dans le repère $(O\,;\ \vec{i})$.
3) a. En utilisant les formules d'addition, calculer $\cos\left(\frac{11\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{11\pi}{12}\right)$.

   b. En déduire les coordonnées cartésiennes de N dans $(O\,;\ \vec{i},\vec{j})$.
4) Calculer la distance MN et une valeur approchée à 10^{-2} près par défaut, de $(\widehat{\overrightarrow{MO},\overrightarrow{MN}})$.

Bon travail et bonne chance