

EXERCICE N : 1 (4.5 points)

Soit ABC un triangle tel que $AB = 4$, $AC = \sqrt{2}$ et $\widehat{BAC} = \frac{\pi}{4}$. On pose J le milieu de $[BC]$.

1) a) *Faite une figure . (Unité : 2 cm)*

b) *Montrer que $BC = \sqrt{10}$.*

2) On donne $(\Gamma) = \{ M \in P \text{ tels que : } \vec{MB} \cdot \vec{MC} = 4 \}$.

a) *Montrer que $A \in (\Gamma)$.*

b) *Montrer que (Γ) est le cercle de centre J et de rayon $\sqrt{\frac{13}{2}}$.*

c) *Construire (Γ) .*

3) On donne $\Delta = \{ M \in P \text{ tels que : } MB^2 - MC^2 = 2\sqrt{65} \}$. $[BC]$ coupe (Γ) en un point H .

a) *Montrer que $H \in \Delta$.*

b) *Montrer que Δ est une droite tangente à (Γ) en H .*

EXERCICE N : 2 (4.5 points)

Le plan est muni du repère orthonormé direct $R(O, \vec{i}, \vec{j})$.

On donne les points $A(0, -2)$; $B(1, \sqrt{3})$ et $C(-1, \sqrt{3})$.

1) a) *Calculer $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ puis déduire le signe de $\cos(\widehat{AB; AC})$.*

b) *Calculer $\sin(\widehat{AB; AC})$ puis déduire la mesure principale de l'angle orienté (\vec{AB}, \vec{AC}) .*

2) a) *Déterminer les coordonnées polaires de B et C .*

b) *Déduire la nature du triangle OBC .*

3) *Soit D le symétrique du point C par rapport à l'axe des abscisses .*

a) *Trouver les coordonnées polaires de D .*

b) *Montrer que $(\widehat{DA, DC}) \equiv \frac{7\pi}{12} (\pi)$.*

EXERCICE N : 3 (11 points)

A) Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par :

$$\left\{ \begin{array}{ll} f(x) = \frac{x^2 + 3x}{x-1} & \text{si } x < 0 \\ f(x) = x^2 - 3x & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ f(x) = \sqrt{x^2 - 4} + mx & \text{si } x > 2 \end{array} \right.$$

- 1) Montrer que f est dérivable en 0 .
- 2) Déterminer m pour que f soit continue en 2 .

B) Dans toute la suite , on suppose que $m = - 1$.

Dans l'annexe ci-jointe , on a représenté dans le repère orthonormé $R (O , \vec{i} , \vec{j})$ une partie de la courbe (C_f) .

1) a) Vérifier que pour tout $x \in] - \infty ; 0 [$; $f(x) = x + 4 + \frac{4}{x-1}$.

b) Dédire que la courbe (C_f) admet au voisinage de $-\infty$ une asymptote Δ .

c) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. (Interpréter graphiquement le résultat obtenu) .

2) Etudier la dérivabilité de f à droite et à gauche en 2 .

3) a) Donner le domaine de dérivabilité de f (Justifier votre réponse)

b) Calculer $f'(x)$ pour chacun des intervalles $] 0 ; 2 [$ et $] 2 ; + \infty [$.

4) a) Représenter Δ et les tangentes ou demi-tangentes aux points d'abscisses 0 , $\frac{3}{2}$ et 2 .

b) Compléter le traçage de (C_f) ainsi que ses branches infinies .

C) Soit g la restriction de f à l'intervalle $] - \infty ; 0 [$. On désigne par (C_g) sa courbe dans le repère R .

1) Montrer que pour tout $x \in] - \infty ; 0 [$; $g'(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x-1)^2}$.

2) a) Ecrire une équation cartésienne de la tangente à (C_g) au point M d'abscisse a .

b) Déterminer, par son équation cartésienne , la tangente à (C_g) issue du point $A (1 , 3)$.

3) Soit h la fonction définie sur $] - \infty ; 0 [$ par : $h(x) = g^6(x)$.

a) Justifier que h est dérivable sur $] - \infty ; 0 [$ et calculer $h'(x)$.

b) Dédire $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{g^6(x)}{x+3}$



Nom et Prénom :

Annexe à compléter et à rendre avec la copie