LYCEE.O.CHATTI M'SAKEN	DEVOIR DE SYNTHESE N :2	BEN ABDELJELIL
2/2/20010	MATHEMATIQUE	3 M_2

Exercice : 1

Pour chaque question une seule réponse est exacte

Indiquer le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie

1) l'écriture irréductible de $\frac{9369}{24984}$ est :

a) $\frac{3}{7}$ b) $\frac{7}{16}$ c) $\frac{3}{8}$

2) Soit p un entier naturel non nul.

a) $P \wedge p^2 = 1$ b) $p \wedge p^2 = p$ c) $p \wedge p^2 = p^2$

3) le reste de la division euclidienne de 4^n par 3 est égal :

a) 1 b) 2 c) 3

4) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{1-cosx}{sin^2x}$

a) 0 b) $\frac{1}{2}$ c) 1

EXERCICE :2

Soit l'équation dans $\mathbb{N}^2$: (E) :31x—27y=5.

1)a)Montrer que le couple(7,8) est une solution de l'équation 31x—27y=1.

b) En déduire une solution particulaire de (E).

c)Résoudre dans $\mathbb{N}^2$ l'équation (E).

2) Soit n, x et y trois entiers tels que $\begin{cases} n = 31x + 2 \\ n = 27y + 7 \end{cases}$ .Montrer que (x, y) est une solution de (E).

3) Soit (x, y) une solution de (E), on pose d=x∧y.

a)Montrer que d=1 ou d=5.

b) On suppose que d=5 ; quel est le reste de la division euclidienne de x par 105

EXERCICE :3

Soit la fonction f définie par f(x)=2sin $(2x-\frac{\pi}{3})$+1.

1) Déterminer une période de f.

2)a)Etudier les variations de f sur$[0, \pi]$.

b) Résoudre dans l'intervalle $[0, \pi]$ l'équation f(x)=0.

c) En déduire le signe de f(x) pour x ϵ $[0, \pi]$

3)a) Tracer la courbe représentative de f sur$[-\pi, 2\pi]$.

b) Soit la fonction g définie par g(x)=4sin(x$-\frac{\pi}{6}$)cos(x$-\frac{\pi}{6}$).

Tracer la courbe représentative de g dans le même repère.

<u>EXERCICE :4</u>

Soit la suite U définie sur ℕ par :$\begin{cases} U_0 = -1 \\ U_{n+1} = \frac{4+U_n}{5-U_n}, \end{cases}$ $n\epsilon\mathbb{N}$

1) Calculer $U_1 et\ U_2$.

2) Montrer que pour tout nϵℕ, on a :$-1 \leq U_n < 2$.

3) On considère la suite V définie sur ℕ par :$V_n = \frac{1+U_n}{2-U_n}$.

a)Montrer que la suite V est une suite arithmétique dont on précisera le premier terme et la raison.

b) Exprimer V_n puis U_n ,en fonction de n.

4) Soit la suite W définie sur ℕ par :$\begin{cases} W_0 = 1 \\ W_{n+1} = \left(U_n + \frac{5}{n+1}\right).W_n \end{cases}$ nϵℕ . On pose $X_n = \frac{W_n}{n+1}$. a)Montrer que $(X_n)_{n\epsilon\mathbb{N}}$ est une suite géométrique .En déduire l'expression de W_n en fonction de n

b) Calculer la limite de la suite W.

3) Soit nϵℕ ,on pose $S_n = W_0 + W_1 + W_2 + \cdots. + W_n$.

Montrer que $S_n = (n+1)X_{n+1} - \sum X_k$,puis en déduire l'expression de $S_n\ en\ fonction\ de\ n$.

<u>EXERCICE :5</u>

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points A et B d'affixes respectives : a=$\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$ et b=$\frac{\sqrt{3}+i}{2}$.

1) a- Ecrire sous forme trigonométrique chacun des nombres a et b.
   b- Représenter les points A et B dans le repère.
2) On pose z=a+b et on désigne par M le point d'affixe z.
   a- Montrer que OBMA est un carré
   b- Donner la forme trigonométrique de z.
   c- Calculer alors cos $\frac{5\pi}{12}$ et sin $\frac{5\pi}{12}$.