Lycée Thelepte	Devoir de synthèse n°2	Niveau : 3ème Math
A .S : 2009-2010	Epreuve : Mathématiques	Prof : H.Salem
	Durée : 3heures	

Exercice 1 : (4pts)

Donner la réponse correcte.

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé (O,$\vec{u}$, $\vec{v}$).

1) Soient les points *M(z)* et *M'(z')*.

a) $z' = z + 2i$ *équivaut à M' est l'image de M par :*

i) *la translation du vecteur* $2\vec{j}$. **j)** *L'homothétie de centre O et de rapport 2.*

k) *la rotation de centre O et d'angle* $\frac{\pi}{2}$.

b) *Si arg(z)* $\equiv$ *arg(z')*$[2\pi]$*, alors :*

i) *z = z'.* **j)** *O, M et M' sont alignées.* **k)** $|z| = |z'|$.

2) Soit A et B deux points d'affixes respectives $z_A = \cos\frac{\pi}{5} + i\cos\frac{3\pi}{10}$ et $z_B = i$.

Alors $(\widehat{\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}}) \equiv$: **a)** $\frac{3\pi}{5}[2\pi]$ **;** **b)** $\frac{\pi}{5}[2\pi]$ **;** **c)** $\frac{3\pi}{10}[2\pi]$.

Exercice 2: (4pts)

Soit (O,$\vec{u}$, $\vec{v}$) un repère orthonormé direct. On pose A (1,0), B (1,1), C (0,1). I et J les milieux respectives des segments [AB] et [OB] et α la mesure de l'angle orienté$(\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OJ})$.

1) Déterminer Z_A , Z_B , Z_C , Z_I et Z_J *affixes respectives de A, B, C, I et J.*

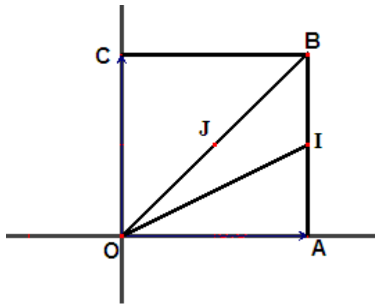
2) Soit $Z = \frac{Z_J}{Z_I}$

a) *Déterminer la forme algébrique de* Z.

b) *Calculer* $|Z|$

c) *Montrer que* $\alpha \equiv Arg\ Z[2\pi]$

d) *En déduire* $\cos\alpha$ *et* $\sin\alpha$



Exercice 3 : (6pts)

Soit h une fonction dont le tableau de variatio est le suivant :

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	-2	$\searrow$	$-\infty \Vert +\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

1) Déterminer :

a) L'ensemble de définition de h et de h '.

b) Les limites de h aux bornes de son ensemble de définition.

2) On suppose que h(x) = $ax + b + \frac{c}{x-1}$ où a, b et c son des réels

a) Calculer h'(x) en fonction de a, b et c.

b) En vous aidants des informations contenues dans le tableau ci-dessus, déterminer les réels a, b et c.

c) En déduire que la droite D : $y = x - 1$ est une asymptote à la courbe de h au voisinage de $-\infty$ et au voisinage de $+\infty$.

d) Etudier les positions relative de (C_h) et D

3) Tracer (C_h) et D dans un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

4) a) Représenter la fonction $g : x \to h(|x|)$.

b) Résoudre graphiquement l'équation $\frac{1}{|x|-1} = 3 - |x|$.

Exercice 4 : (6pts)

On considère la fonction f définie par : $f(x) = \sqrt{x^2 + x + 1}$ *et soit* $g = -f$

On désigne par (C_f) *et* (C_g) *leurs courbes représentatives de f et de g dans un repère orthogonal* $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

1) *Déterminer l'ensemble de définition de f.*

2) *Etudier f.*

3) a) *Montrer que la droite Δ d'équation* $x = -\frac{1}{2}$ *est un axe de symétrie de* (C_f).

a) *Montrer que les droites D :* $y = x + \frac{1}{2}$ *et D' :* $y = -x - \frac{1}{2}$ *sont deux asymptotes à* (C_f) *respectivement au voisinage de* $+\infty$ *et au voisinage de* $-\infty$.

b) *Déterminer les coordonnées du point O', intersection de D et D'.*

4) a) *Tracer* (C_f) ,(C_g) *, D et D' dans le repère*$(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

a) *vérifier que* $(C_f) \cup (C_g)$ *a pour équation* $y^2 = x^2 + x + 1$.

5) *On considère les vecteurs* $\vec{u} = \vec{\imath} + \vec{\jmath}$ *et* $\vec{v} = -\vec{\imath} + \vec{\jmath}$.

Montrer qu'une équation de $(C_f) \cup (C_g)$ *dans le repère* $(O',\vec{u},\vec{v})$ *est* $Y = \frac{7}{16X}$.

Bon Travail