Lycée Ali B.Bembla	**Devoir de synthèse n°2** *Mathématiques*	Classe $3^{ème}$ Maths
Date 09/03/2012	Prof :Mosrati chawki	Durée 3 heures

Exercice :1(3pts)

Pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses proposées est exacte.

Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n 'est demandée.

1) Soit z un nombre complexe tel que $Z^2 = 2+2i\sqrt{3}$ alors la forme trigonométrique de Z est :

a) $2(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3})$ **b)** $2(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6})$ **c)** $-2(\cos(-\frac{\pi}{6})+i\sin(-\frac{\pi}{6}))$.

2) Soit M un point d'affixe Z, l'ensemble des point M tel que : $\left|\frac{2Z+3-4i}{Z-i+1}\right| = 2$ est

a) Un cercle **b)** l'ensemble vide **c)** une droite.

3) Si Z est un nombre complexe alors $|Z+i| =$

a) $\sqrt{Z^2+1}$ **b)** $|Z|+1$ **c)** $|\overline{Z}-i|$

4) L'ensemble des solutions dans [o ,2π[de l'inéquation : 0 ≤cosx ≤ $\frac{1}{2}$ est :

a) $\left[\frac{\pi}{3};\frac{\pi}{2}\right]\cup\left[-\frac{\pi}{2};-\frac{\pi}{3}\right]$ **b)** $\left[\frac{\pi}{3};\frac{\pi}{2}\right]\cup\left[3\frac{\pi}{2};5\frac{\pi}{3}\right]$ **c)** $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]\cup\left[5\frac{\pi}{2};2\pi\right]$

Exercice :2(4pts)

Soit la fonction f définie par : $\begin{cases} f(x)=\dfrac{\sin^3 x}{1-\cos x} \quad si\ x\neq 0 \\ f(0)=0 \end{cases}$

1) déterminer le domaine de définition de f.
2) Etudier la continuité et la dérivabilité de f en 0.
3) a- Montrer que f est une fonction impaire
   b- Montrer qu'on peut étudier f sur [0 , π].
4) a- Pour x ≠ 0 montrer que f(x) = sinx(1 + cosx).
   b- Montrer que f'(x) = (cosx + 1)(2cosx - 1).
   c- Dresser le tableau de variation de f sur [0 , π].
   d- Tracer sur [-π ; π] la courbe de f dans un repère o.n.d. $(o;\vec{i};\vec{j})$

Exercice(6pts)

On donne dans le plan orienté un triangle ABC isocèle en A tel que $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}) \equiv \frac{\pi}{2}\ [2\pi]$

P est le point du segment [BC] tel que CP = CA. Soit H le projeté orthogonale de A sur (BC).

1) Montrer qu'il existe une rotation R tel que R(A) = P et R(B)=C.
2) Déterminer une mesure de l'angle de R et construire son centre O.
3) Soit f = RoR.
   a- Caractériser f.
   b- Construire le point Q = f(A). Montrer que Q ∈ [AC]

c- Déduire que R(P) =Q.
d- Montrer que (OP)⊥ (AC).

4) Soit I le milieu de [AP] et J le milieu de [PQ]. On pose R(C) = C'.
   a- Montrer que R(I) = J.
   b- Déduire que C' ∈ (OJ)
   c- Montrer que C' est sur la perpendiculaire à (BC) menée de P.
   d- Construire alors C'.

Exercice(7pts)

1/ Soit la fonction f définie par f(x) = $\dfrac{2x^2+bx+c}{ax-2}$,ou a, b et c sont des réels et a ≠ 0.

On désigne par (C) sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère o.n. $\left(o;\vec{i};\vec{j}\right)$.

a- Déterminer a sachant que la droite Δ : x = 2 est une asymptote à (C).

b- Montrer que f'(x) = $\dfrac{2x^2-8x-2b-c}{(x-2)^2}$.

c- Déterminer b et c sachant que (C) admet au point A(1 , -3) une tangente parallèle à l'axe des abscisses .

2/ Dans la suite on prend f(x) = $\dfrac{2x^2-7x+8}{x-2}$.

a- Calculer les limites de f au bords de son domaine de définition.

b- Déterminer les réels a', b' et c' tel que f(x) = a'x + b' + $\dfrac{c'}{x-2}$.

c- Montrer que la droite D :y = 2x – 3. Est une asymptote oblique à (C) au voisinage de l'infinie.

d- Montrer que le point I(2 ,1) est un centre de symétrie de (C).

e- Dresser le tableau de variation de f.

f- Tracer la courbe de f.

g- Pour tout x ≠ 0 utiliser le graphique pour déterminer le nombre de solution de l'équation (E) : $2x^2 - (7+m)x + 2m + 8 = 0$.

3/Soit la fonction h définie sur]2 ; +∞ [par :h(x) = $\sqrt{2(x-2)f(x)}$.

a- Calculer : $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)$, $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{h(x)}{x}$.

b- Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x) - 2x = -\dfrac{7}{4}$, conclure.

c- Dresser le tableau de variation de h.

d- Tracer la courbe de h dans un autre repère o.n.