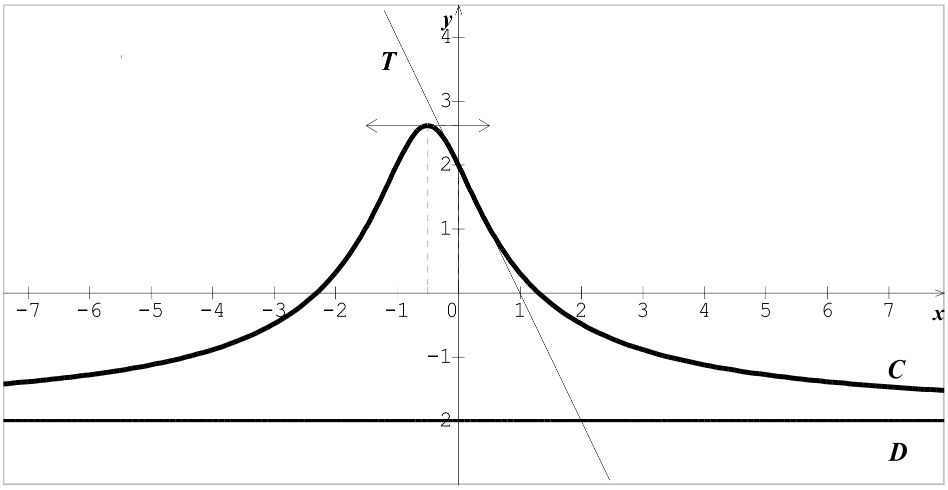
L. Ali Bourguiba K.K	**Classe : 3M$_1$** **Durée : 3 heures**
Prof : Abdesslem Raoudha	**DEVOIR DE SYNTHESE N2**
Le 6/12/2011	

Exercice 1 : (4 points)

La courbe à côté est celle d'une fonction f définie sur IR .

La droite D est une asymptote à C .

La droite T est une tangente à C au point d'abscisse 0



1)Déterminer , en justifiant , $f'(\frac{-1}{2})$, $f'(0)$ et le signe de $f'(4)$

2)Déterminer une équation de chacune des droites D et T

3)Déterminer deux réels , m et M vérifiant : pour tout $x \in IR$, $m \leq f(x) < M$

3)Dresser le tableau de variation de f

4) f est l'une des fonctions suivantes : $f_1(x) = \frac{x^2+4}{\sqrt{x^4+x^2+1}} - 2$, $f_2(x) = \frac{4}{\sqrt{x^2+x+1}} - 2$, $f_3(x) = 4\sqrt{x^2+x+1} - 2$

quelle fonction est la fonction f ? Justifier

5)Montrer que $D' : x = \frac{-1}{2}$ est un axe de symétrie de C

Exercice 2 : (5 points)

1)Soit $z = -\sqrt{2} + i\sqrt{2}$, $z' = \frac{4}{z}$ et $z'' = \frac{-z^2}{2i}$

a)Ecrire z' et z'' sous forme algébrique

b)Ecrire z sous forme trigonométrique

2)Dans le plan complexe rapporté au repère orthonormé direct $(o, \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points A , B et C d'affixes respectives 2 , $-\sqrt{2} + i\sqrt{2}$ et $-\sqrt{2} - i\sqrt{2}$

a)Représenter les points A, B et C

b)Montrer que OAB est isocèle

b)Soit I le milieu de [AB] . Déterminer z_I l'affixe de I

c)Donner la forme trigonométrique de z_I et déduire la valeur exacte de $\cos(\frac{3\pi}{8})$

3)Déterminer l'affixe du point D tel que ABDC soit un losange

Exercice 3:(4,5 points)

Soit ABC un triangle isocèle rectangle en A tel que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \equiv \frac{\pi}{2}\ [2\pi]$ et D ∈ [BC] tel que BD = AB

1)Montrer qu'il existe une unique rotation r qui transforme A en B et B en D

b)Déterminer le centre I et l'angle de la rotation r

2)Donner les éléments caractéristique de r o r . En déduire la nature du triangle AID

3)a)construire le point D' image de D par r

b)Quelle est l'image de la droite (AB) par r o r ?

c)Montrer que ACDD' est un parallélogramme

4)a)Montrer que les points A , B , D et D' sont sur un même cercle Γ que l'on précisera

b)Le cercle Γ est-il globalement invariant par r ?

5)Soit M un point du plan tel que $(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}) \equiv \frac{-\pi}{2}\ [2\pi]$ et M' = r o r (M)

Déterminer et construire l'ensemble des points M' lorsque M varie

Exercice 4: (6,5 points)

1)Soit $P(x) = x^4 + 24x^2 - 128x + 144$, où $x \in IR$

a)Déterminer P' et vérifier que pour tout réel x , $P'(x) = (x-2)(4x^2 + 8x + 64)$

b)Dresser le tableau de variation de P et déduire le signe de P(x)

2)Soit $f(x) = \frac{x^3 - 3x^2 + 12x + 28}{x^2 + 12}$

On note C la représentation graphique de f dans un repère orthogonal

a)Justifier que f est dérivable sur IR et que $f'(x) = \frac{P(x)}{(x^2+12)^2}$

b)Dresser le tableau de variation de f

b)Montrer que D : y = x - 3 est une asymptote à C et préciser la position de C par rapport à D

3)a)Ecrire une équation de la tangente T à C au point d'abscisse 2

b)Montrer que $f(x) - 3 = \frac{(x-2)^3}{x^2+12}$ et déduire la position de C et T

4)Tracer C , T et D

5)a)soit $g(x) = f(|x|)$ .Tracer dans le même repère la courbe représentative de g en justifiant le traçage

b)Montrer que g n'est pas dérivable en 0

c)Dresser le tableau de variation de g