



Le sujet comporte 3 pages numérotés de 1 à 3

Une copie non soignée sera sanctionnée.

Exercice 1**(3 points)**

Une base de données d'un site de discussion contient les dates d'inscriptions des utilisateurs. Nous avons noté depuis 2010 le nombre d'inscriptions en milliers par année .

<i>l'année</i>	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
<i>Rang de l'année x</i>	1	2	3	4	5	6	7
<i>Nombre d'inscriptions y</i>	5	6.5	8.5	10	12	13.5	14.5

1. Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre x et y . un ajustement affine est-il justifié.
2. Déterminer une équation de la droite de régression de y en x .
3. A combien estimez-vous le nombre d'inscription en 2020
4. Quand estimez-vous que le nombre d'inscriptions annuel dépassera un million.

Exercice 2**(4 points)**

L'espace \mathcal{E} est rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.
On donne Les points $A(0, 0, 1)$; $B(1, 0, 2)$ et $C(4, 1, -3)$

1. Montrer que les points A, B et C déterminent un plan \mathcal{P} dont une équation cartésienne est :
 $\mathcal{P} : x - 8y - z + 1 = 0$.
2. Soit $K(4, 0, 1)$, Montrer que $KABC$ est un tétraèdre puis calculer son volume.
3. Soit \mathcal{Q} le plan dont une équation cartésienne est $x + z - 1 = 0$
 - (a) Montrer que \mathcal{P} et \mathcal{Q} sont sécants suivant une droite Δ que l'on caractérisera.
 - (b) Calculer la distance de K à la droite Δ .
4. Soit $S := \{M(x, y, z) \in \mathcal{E}; x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2z + 1 = 0\}$.
 - (a) Montrer que S est une sphère de centre $\Omega(1, 0, -1)$. Préciser son rayon R .
 - (b) Montrer que $S \cap \mathcal{Q}$ est un cercle dont on précisera le centre et le rayon r .

Exercice 3**(4 points)**

Soit (u_n) la suite définie sur \mathbb{N} par :
$$\begin{cases} u_0 = \alpha \\ u_{n+1} = \frac{5u_n + 4}{4u_n + 5}; \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

1. Déterminer les valeurs α pour les quelles (u_n) est constante.
Dans la suite , on prend $u_0 = 0$

2. Montrer par récurrence que $0 \leq u_n \leq 1 \quad \forall n \in \mathbb{N}$.
3. Montrer que (u_n) est croissante.
4. Soit la suite (V_n) définie sur \mathbb{N} par $V_n = \frac{1 - u_n}{1 + u_n}$.
 - (a) Montrer que (V_n) est une suite géométrique que l'on caractérisera.
 - (b) Exprimer V_n puis u_n en fonction de n .
 - (c) Déterminer $\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n$ puis $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

Exercice 4

(4 points)

Un atelier produit des pièces dont certaines défectueuses à cause de deux défauts possibles, le défaut A et le défaut B , à l'exclusion de tout autre défaut. On a constaté que, parmi les pièces produites, 28% ont le défaut A , 27% ont le défaut B et 10% ont les deux défauts.

On note : D_1 : "la pièce a un seul défaut". D_2 : "la pièce a deux défauts"

1. On choisit au hasard une des pièces produites.
 - (a) Quelle est la probabilité de tomber sur une pièce défectueuse?
 - (b) Quelle est la probabilité de tomber sur une pièce qui présente seulement le défaut A ?
 - (c) Quelle est la probabilité de tomber sur une pièce qui présente un seul défaut ?
 - (d) Quelle est la probabilité de tomber sur une pièce qui ne présente aucun de deux défauts?
2. On note R : "la pièce est réparable", et on donne $p(R) = 0.32$.
On choisit au hasard et de manière indépendante 5 pièces.
Montrer que la probabilité pour qu'au moins une pièce soit réparable est $p = 1 - (0.68)^5$.

Exercice 5

(5 points)

Soit f la fonction définie sur $[-2, 2]$ par : $f(x) = \sqrt{1 - \frac{x^2}{4}}$. On note (\mathcal{C}_f) sa courbe représentative dans le plan rapporté à repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. (a) Montrer que f est dérivable sur $] - 2, 2[$.
(b) Calculer $f'(x)$ pour $x \in] - 2, 2[$.
2. Soit a un réel de l'intervalle $]0, 2[$.
On note H et K les points de coordonnées respectives $(\frac{4}{a}, 0)$ et $(0, \frac{1}{f(a)})$.
 - (a) Montrer que (HK) est tangente à (\mathcal{C}_f) au point d'abscisse a .
 - (b) On donne dans **la feuille annexe**, la courbe (\mathcal{C}_f) , la courbe (\mathcal{C}_0) d'équation $y = \frac{1}{x}$ et a un réel arbitraire placé sur l'axe des abscisses.
Construire la tangente à (\mathcal{C}_f) au point d'abscisse a .
3. Construire sur le même repère la courbe $(\mathcal{C}_1) = S_{(O, \vec{i})}(\mathcal{C}_f)$.
4. On note $\mathcal{C}' = (\mathcal{C}_f) \cup (\mathcal{C}_1)$
 - (a) Montrer qu'une équation cartésienne de (\mathcal{C}') est : $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$.
 - (b) Soit $F(\sqrt{3}, 0)$ et $\Delta : x = \frac{4}{\sqrt{3}}$, M_0 un point de (\mathcal{C}') d'abscisse $x_0 > 0$. On note H le projeté orthogonal de M_0 sur Δ .
Montrer que $\frac{M_0 F}{M_0 H} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

FEUILLE ANNEXE

NOM ET PRÉNOM

