L-S :E-Elhaythem	Devoir de synthèse N°2	Prof : D – Ali
A-S :2017 / 2018	Durée :3h *** Mathématiques *** Coef :4	Niveau : 3Maths

Exercice N°1 :06pts

Soit la fonction f définie par : f(x) = $\begin{cases} \sqrt{x^2+4x+5}+x & si\ x \leq -2 \\ \frac{x^2+x+1}{x+2} & si\ x > -2 \end{cases}$

1°) Déterminer $\lim_{x\to -2^+} f(x)$. interpréter graphiquement le résulta .

2°) a) Montrer que la droite Δ d'équation y = x -1 est une asymptote à ζ_f au voisinage de (+∞)

b) Etudier le comportement de ζ_f au voisinage de (- ∞) .

3°) Soit g la restriction de f sur l'intervalle] – 2 ; + ∞ [. ζ_g sa représentation graphique dans un repère (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$) .

a) Montrer que g est dérivable pour tout réel x > - 2 et que g'(x) = $\frac{x^2+4x+1}{(x+2)^2}$
b) Dresser le tableau de variation de g .
c) Déterminer les coordonnées du point A de ζ_g tel que la tangente est parallèle à la droite D : x – 4y + 2 = 0
d) Ecrire une équation de la tangente D' à ζ_g issue du point B(- 2 ; -1) .

Exercice N°2 :05pts

Un sac contient six boules rouges numérotées de 1 à 6 et trois boules blanches numérotées de 4 à 6 . Tous indiscernables au toucher. On extrait simultanément deux boules numérotées a et b

1°) Quelle est la probabilité pour que l'on ait a = b

2°) Quelle est la probabilité des événements suivantes

A : les deux boules tires de couleurs différents

B : Les deux boules tires de même couleur

C : Les deux boules tires portent des numéros de même parités

3°) Quelle est la probabilité pour que l'on ait : a + b ≡ 0 (mod4)

4°) Quelle est la probabilité d'extrait deux boules dont une et une seulement porte un numéro Impaire et une seulement rouge.

T-S-V-P la fouille

Exercice N°3 :05pts

1°) Montrer que ; pour tout entier naturel non nul k et pour tout entier naturel x on a :

$$(x - 1) (1 + x + x^2 + x^3 + ... + x^{k-1}) = x^k - 1$$

Dans tout la suite de l'exercice ; on considère un nombre entier $a \geq 2$.

2°) a) soit $n \in IN^*$ et d un diviseur de n .

Montrer que ($a^d - 1$) est un diviseur de ($a^n - 1$)

b) Déduire que ($2^{2004} - 1$) est divisible par 7 , par 63 puis par 9

3°) Soient m et n deux entiers naturels et $d = m \wedge n$

a) On définie m = d. m' et n = d.n' . Montrer que $m' \wedge n' = 1$.
b) On suppose u et v strictement positif tels que d = m u – n v
   Montrer que (a^{mu} - 1) – (a^{nv} - 1) = $a^d - 1$
c) Montrer que ($a^d - 1$) est un diviseur de ($a^{mu} - 1$) et de ($a^{nv} - 1$)
d) Déterminer on utilisant le résultat précédent ;un diviseur commun de ($2^{63} - 1$) et ($2^{60} - 1$)

Exercice N°4 :o4pts

A°) Calculer les réels a ; b et c sachant que : $\begin{cases} (a;b;c) est\ une\ suite\ geometrique \\ a+b+c = 91 \\ \frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c} = \frac{13}{63} \\ a < b < c \end{cases}$

B°) 1°) on pose $U_n = \frac{1.3.5.....(2n+1)}{2.4.6.........(2n)}$. Montrer que pour tout $n \in IN$; $U_n = \frac{(2n+1)!}{2^n(n!)}$

2°) on pose $V_n = \sum_{k=0}^{n} \boldsymbol{C}$

a) Calculer V_0 et V_1 et V_2
b) En utilisant la formule de binôme –Newton ; Montrer que (V_n) est une suite géometrique dont-on précisera la raison
c) Déduire la valeur de la somme : $S = \sum_{k=0}^{15} \sum_{j=0}^{k} V_K$

Bon Travail