Lycée Kheniss	Devoir de synthèse N°3	Prof : Mbarek Hedi
A.S 2007-2008	Mathématiques Durée : 3h	3 ème Maths Le 27/05/2008

Exercice N°1

On dispose d'une urne U_1 et d'une urne U_2

L'urne U_1 contient 3 boules blanches et 4 boules rouges.

L'urne U_2 contient 4 boules blanches et 2 boules rouges.

Toutes les boules sont indiscernables au toucher.

1) On considère l'épreuve suivante :

- On tire simultanément 3 boules de U_1.

a) Quelle est la probabilité d'obtenir une seule boule blanche ?

b) Quelle est la probabilité d'obtenir au plus 2 boules blanches ?

2) On considère l'épreuve suivante :

- on tire successivement sans remise 2 boules de U_2.

a) Quelle est la probabilité d'obtenir 2 boules blanches ?

b) Quelle est la probabilité d'obtenir au moins une boule blanche ?

3) On considère l'épreuve suivante :

- On tire simultanément 3 boules de U_1 puis on tire successivement sans remise 2 boules de U_2.

a) Quelle est la probabilité d'obtenir 5 boules blanches ?

b) Quelle est la probabilité d'obtenir au moins une boule blanche ?

EXERCICE N° 2

Le tableau suivant donne la charge maximale Y, en tonnes, q'une grue peut lever pour une longueur X, en mètres, de la flèche.

X	9	10	12	14	16	18	20	22
Y	1.4	1.25	1	0.84	0.7	0.62	0.55	0.5

1) Représenter dans un repère orthogonal le nuage de points associé à cette série statistique.

2) Calculer la moyenne, la variance et l'écart type de chacune des variables X et Y.

3) Calculer la covariance de X et Y. Interpréter

4) En utilisant la méthode de Mayer, donner une équation de la droite d'ajustement de Y en X et la tracer.

5) Quel est la charge maximale que peut lever la grue avec une flèche de 23 mètres ?

Exercice N°3 :

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé R= $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, on considère les points : A(1, 1, 1), B(0, 1, -1) et C(-1, 0, 1) et le plan P : x – z +3 = 0.

1) a) Calculer $\overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{OB}$ et en déduire que les points O, A et B déterminent un plan Q

b) En déduire q'une équation cartésienne du plan Q est : 2x – y – z = 0.

2) a) Montrer que les plans P et Q sont sécants selon une droite Δ dont on déterminera une représentation paramétrique.

b) Calculer d(C, Δ)

3) a) Ecrire une équation cartésienne de la sphère S de centre I(1,0,1) et de rayon 1

b) Montrer que S$\cap$Q est un cercle dont on précisera le centre ω et le rayon r.

EXERCICE N°4 :

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé R=$(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ on considère les points A(1, 2, -1) et B(2, 1, 1)

1) Trouver une équation du plan Q passant par A et perpendiculaire à la droite (AB)
2) Soit P_m le plan d'équation : x + y + m -3 = 0, où m est paramètre réel.
   a) Montrer que la droite (AB) est parallèle au plan P_m.
   b) Pour quelle valeur de m la droite (AB) est-elle incluse dans le plan P_m ?
   c) Montrer que le plan P_m est perpendiculaire au plan Q
3) Soit A' et B' les projetés orthogonaux de A et B sur le plan P_m
   Déterminer les valeurs de m pour que ABB'A' soit un carré.
4) On prend m = $2\sqrt{3}$
   a) Calculer la surface du quadrilatère ABB'A'.
   b) Calculer la distance du point O au plan (ABB').
   c) En déduire le volume du pyramide OABB'A'.

EXERCICE N°5

Soit la suite U définie sur IN par $\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = 2 - \dfrac{1}{U_n} \end{cases}$

1/a) Montrer par récurrence que pour tout entier naturel n, on a : Un > 1

b) Montrer que la suite U est décroissante

2/ Soit V la suite définie sur IN par : $V_n = 3 + \dfrac{1}{U_n - 1}$

a) Montrer que V est une suite arithmétique dont on précisera la raison et le premier terme

b) Exprimer V_n en fonction n et en déduire que $U_n = \dfrac{n+2}{n+1}$

c) Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$ et la somme $S = \sum\limits_{k=1}^{50} V_k$