

- 2) On effectue maintenant quatre tirages successifs d'une boule avec remise.
Calculer la probabilité des événements suivants:
- C: "Obtenir un produit nul" (1)
D: "Obtenir quatre boules de même couleur" . (0,75)

Exercice n°4: (4,5pts)

Les deux parties sont indépendantes :

Partie I :

- 1) En utilisant l'algorithme d'Euclide, montrer que 303 et 182 sont premiers entre eux. (0,75)
2) déterminer deux entiers naturels u_0 et v_0 tels que $303u_0 - 182v_0 = 1$ (0,75)
3) Résoudre dans $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ l'équation $303x = 182y$. (1)

Partie II :

- 1) Montrer par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $4^{2n} - 1$ est divisible par 5. (0,5)
2) Montrer par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $4^n - 1$ est divisible par 3. (0,5)
3) Montrer que $8^{16} - 1$ est divisible par 17. (0,5)
4) Donner alors trois diviseurs premiers de $8^{16} - 1$. (0,5)

Exercice n°5:(5pts)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les points A(1,1,0), B(2,0,0), C(1,3,-1) et E(2,2,2).

- 1) a) Montrer que les points A, B et C déterminent un plan P. (0,5)
b) Vérifier que $x+y+2z-2=0$ est une équation cartésienne de P. (0,5)
2) a) Montrer que la droite (AE) est perpendiculaire au plan P. (0,5)
b) Donner une représentation paramétrique de la droite (AE). (0,5)
3) Calculer le volume du tétraèdre EABC. (0,75)
4) Soit S la sphère de diamètre [BE].
a) Montrer qu'une équation cartésienne de S est $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 2$. (0,75)
b) Vérifier que $A \in S$. (0,5)
c) Montrer que S et P sont sécantes suivant un cercle (ξ) . (0,5)
d) Prouver que [AB] est un diamètre de (ξ) . (0,5)

Bon Travail