Lycée secondaire **Prof : M. Hafedh**

De Soliman **Devoir de Synthèse n°3** **Classe : $3^{ème}$ Maths**

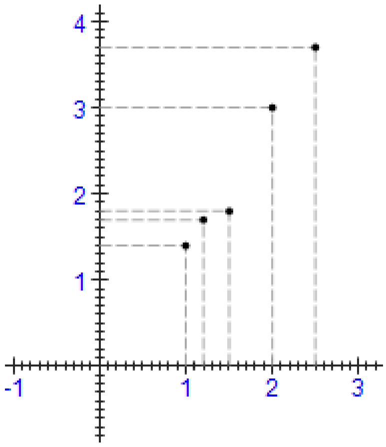
Le :01/06/2010 **Durée : 3 H**

Nom et Prénom : ……………………………………………………..

Exercice n°1 : (3 Points) :

Dans chacune des situations suivantes une seule réponse est correcte, cocher cette réponse.

1°/ Dans la figure ci-dessous on a représenté le nuage de points d'une série statistique double



Le point moyen de ce nuage est :

a) G(1,61 ; 2,36) ☐

b) G(1,64 ; 2 ,32) ☐

c) G(1,62 ; 2,34) ☐

2°/ Pour tout entiers naturels non nuls : n, p et q tels que n divise p×q

a) n divise au moins l'un des entiers p et q ☐

b) Si n est premier alors n divise au moins l'un des entiers p et q ☐

c) Si n ne divise pas p alors n divise q ☐

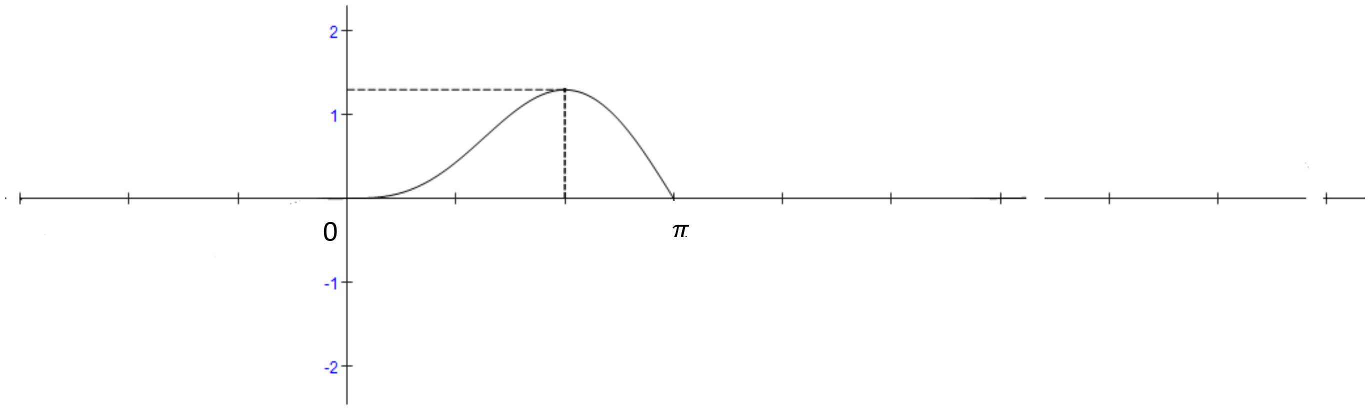
3°/ $N = 3\times 2^{10}$

La somme des entiers naturels diviseurs de N est :

a) $4 (2^{11} - 1)$ ☐

b) $3 (2^{11} - 1)$ ☐

c) $4 (2^{10} - 1)$ ☐


2
1
0
π
-1
-2

Exercice n°2 :(5 points) :

Soit la suite réelle (u_n) définie sur IN , par : $u_0 = 1$ et pour tout n de IN, $u_{n+1} = \frac{2}{n+1} u_n$.

1°/ Calculer : u_1 et u_2

2°/ On considère la suite (v_n) définie sur IN par : $v_n = n! \times u_n$

a) Montrer que la suite (v_n) est géométrique puis exprimer v_n à l'aide de n.

b) Exprimer alors u_n à l'aide de n.

3°/a) Monter que : pour tout entier n, tel que $n \geq 2$, $\frac{u_{n+1}}{u_n} \leq \frac{2}{3}$

b) En déduire que : pour tout entier n, tel que $n \geq 3$, $u_n \leq (\frac{2}{3})^{n-2} \times u_2$.

c) En déduire que la suite (u_n) est convergente.

4°/ pour tout n de IN on pose $S_n = 1 + \frac{2}{1!} + \frac{4}{2!} + \cdots + \frac{2^n}{n!}$

a) Montrer que la suite (S_n) est croissante.

b) Montrer que la suite (S_n) est majorée par 9 .

Exercice n°3 :(5 points)

On considère dans l'espace $(\mathscr{E})$ muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, les points : A(1,2,-1) ; B(0,2,0) ; C(2,-1,4) et D(1,-4,1).

1°/a) Calculer $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$, en déduire que les points A,B et C déterminent un seul plan P

et écrire une équation cartésienne de ce plan.

b) Calculer l'aire du triangle ABC.

c) Ecrire une représentation paramétrique de Δ la droite perpendiculaire à P en A.

2°/a) Vérifier que $D \notin P$.

b) Ecrire une équation cartésienne de Q le plan médiateur de [AD].

c) Montrer qu'il existe une seule sphère S de l'espace passant par D et tangente à P en A.

3°/ Préciser les coordonnées du centre Ω et le rayon R de S.

4°/ Soit S' la sphère de centre Ω et de rayon $R' = 2R$.

Déterminer l'intersection de S' et P.

Exercice n°4 :(3 points) :

1° / On choisit au hasard un anagramme du mot **MIOSE**.

Quelle est la probabilité que l'anagramme choisi commence par une voyelle et

se termine par une consonne ?

2°/ On a interrogé 40 élèves sur leurs préférences artistiques, chacun de ces élèves a répondu par aime ou n'aime pas pour chaque discipline.

15 élèves aiment le cinéma et le théâtre. 25 élèves n'aiment pas le théâtre.

10 élèves n'aiment ni le cinéma ni le théâtre.

Calculer la probabilité qu'un de ces élèves choisi au hasard aime le cinéma.

3°/ On dispose d'un dé parfait dont les faces sont numérotées de 1 à 6 ainsi qu'une urne contenant 3 boule rouges et deux boules vertes. Toutes les boules sont indiscernables au touché.

On lance le dé , si le numéro obtenu est pair on tire une boule de l'urne,

Sinon on tire simultanément deux boules de l'urne.

Quelle est la probabilité d'obtenir au moins une boule verte ?

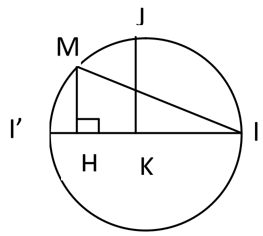
Exercice n°5 : (4 points) :

Soit un cercle trigonométrique du plan de centre K et un point

M variable, du demi-cercle $\overset{\frown}{IJI'}$, distinct de I et I'.

Soit θ la mesure en radians de l'angle géométrique $\widehat{IKM}$.

On désigne par H le projeté orthogonal de M sur [I'I] .



1°/ Vérifier que l'aire du triangle IHM est : $\frac{1}{2}(1-\cos\theta)\sin\theta$

2°/ On considère la fonction f définie sur IR par f(x) = (1- cosx) sinx

a) Justifier qu'un domaine d'étude de f est $[0,\pi]$.

b) Vérifier que f'(x) = (1- cosx) (2 cosx + 1).

c) Etudier le signe sur $[0,\pi]$ de (2 cosx + 1).

d) Dresser le tableau de variation de f sur $[0,\pi]$. En déduire la valeur de θ pour laquelle l'aire du triangle

IHM est maximale.

3°/ Dans la figure à la page 2 , on a tracé dans un repère orthonormé la courbe représentative de la restriction de f à l'intervalle $[0,\pi]$.Construire ($\mathscr{C}$) la courbe représentative de la restriction de f à l'intervalle $[-\pi,3\pi]$.(On décrira les étapes de la construction).