|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ***Lycée Ali Bourguiba Bembla******Monastir*** | Devoir de Synthèse  n° : 03 | *3ème Math1et 2**31-05-2010**3heures**Yacoubi et Chortani* |

***Exercice 1(3points)***

*Pour chacune des questions suivantes, une seule réponse proposée est exacte.*

*L’élève indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondante à la réponse choisie*

*Aucune justification n’est demandée.*

L’espace ξ est rapporté à un repère orthonormé $\left(O , \vec{i} ,\vec{j} ,\vec{k}\right)$ ;

1) Si A et B deux points distincts de ξ alors L’ensemble des points M de l’espace tel que $\vec{AM}.\vec{BM}=0 $est :

a) le cercle de diamètre [AB]

b) La sphère de diamètre [AB]

c) La droite (AB)

2) Soit S la sphère de centre O et de rayon 2

Alors l’intersection de S et le plan dont une équation cartésienne est : $2x-3y+z=0$

a)L’ensemble vide

b) Le point $O$

c)Le cercle de centre O et de rayon 2

3) Pour Tout entier naturel n ; on pose un=2n+3n.

Alors un est divisible par 5

a)Pour Tout entier naturel n

b) Pour Tout entier naturel n pair

c)Pour Tout entier naturel n impair

***Exercice 2(5points)***

L’espace $ξ$ est rapporté à un repère orthonormé $\left(O , \vec{i} ,\vec{j} ,\vec{k}\right)$

Soit S =$\left\{M\left(x,y,z\right)\in ξ:x^{2}+y^{2}+z^{2}-2x+4y+4z+5=0\right\}$

On considère les points A(−2 ;0 ;0),B(0 ; 1 ;0) et C(0 ;0 ;−1)

1)Montrer que S est une sphère dont on déterminera le centre Ω et le rayon R

2)a) Calculer les composantes du vecteur $\vec{AB}∧\vec{AC}$

 b) En déduire qu’une équation cartésienne de plan (ABC) est $ x-2y+2z+2=0$

3) a)Montrer que Les points A, B, C et Ω ne sont pas coplanaires

b) Calculer le volume υ du tétraèdre Ω ABC

c) Calculer l’aire du triangle ABC ,en déduire la distance de point Ω au plan (ABC)

En déduire l’intersection de la sphère S et le plan (ABC) est un cercle dont on précisera le centre E et le rayon r

3) Soit $M(a,b,-1)$ un point de la sphère S où $a et b$ sont deux réels et Q le plan dont une equation cartesienne est $\left(a-1\right)x+\left(b+2\right)y+z-a+2b+3=0$

a)Montrer que M appartint à Q

b) Montrer que S et Q sont tangents en M

***Exercice 3 (4points)***

$$On considère la suite \left\{\begin{array}{c}u\_{n}=0 \\u\_{n+1}=\frac{2+3u\_{n}}{2+u\_{n}} n\in N\end{array}\right.$$

1) Montrer par récurrence que pour tout nIN, on a : $0\leq u\_{n}\leq 2$

2) Montrer que $\left(u\_{n}\right)$ est une suite croissante.

$$3) Soit la suite v définie sur N par v\_{n}=\frac{u\_{n}-2}{u\_{n}+1}.$$

$$a) Montrer que v\_{n} est une suite géométrique de raison q=\frac{1}{4}.$$

b) Exprimer $v\_{n} $ puis $u\_{n}$ en fonction de n

 c) En déduire la limite de la suite ($u\_{n}$).

$$4) Soit la suite w définie sur N par w\_{0}=0 et w\_{n+1}=w\_{n}+v\_{n} pour n\in N$$

$$a) Montrer w\_{n}=\frac{8}{3}\left(\left(\frac{1}{4}\right)^{n}-1\right)pour n\in N.$$

b) Calculer alors la limite de la suite $ \left(w\_{n}\right)$

***Exercice 4(3points)***

1) Montrer que pour tout entier naturel premier p≠3 ; on a p devise $\left(3^{p-1}-1\right)$

2) Justifier que 1997 est un nombre premier, quel est alors le reste de la division euclidienne de $3^{1996} par 1997$

3) On considère dans ℕ×ℕ $\left(E\right):17x-2y=2$

a) Vérifier que le couple (2,16) est une solution de (E)

b) résoudre alors dans ℕ×ℕ l’équation (E)

***Exercice 5(5points)***

Une urne contient 6 boules blanches et 4 boules noires, indiscernables au toucher.

Les boules blanches sont numérotées −1 ,−1,0,1,1, 1 et les boules noirs sont numérotées−1  ,0,1,1

 On tire simultanément et au hasard 3 boules de l'urne et considère les événements suivants

A:"Les 3 boules tirées sont de même couleur "

B:"Les 3 boules tirées sont de même numéro "

C:"Les 3 boules tirées sont de même numéro et de même couleurs "

1)a) Calculer p(A) ,p(B) et p(C).

b) En déduire que p(A∪B)=.

2) Déterminer les probabilités des événements

D :"Obtenir au moins une boule numéroté 1 "

E :"La somme de numéros inscrit sur les boules tirée est égale à 0 "

3) considère l'épreuve suivante qui consiste à tirer au hasard 2 boules de l'urne de la manière suivante:

On tire une première boule:

\* Si elle porte le numéro 0, on ne la remet dans l'urne et on tire une deuxième boule

\* Si elle ne porte pas le numéro 0, on la remet dans l'urne et on tire une deuxième boule et on considère les évènements:

M:"La première boule tirée porte le numéro 0"

N:"La deuxième boule tirée porte le numéro 1"

Calculer alors p(N) (Indication : utiliser un arbre de probabilité)