Lycée Houmt Souk Jerba Prof : Loukil Mohamed	Devoir de Synthèse N : 3 Durée : 3 Heures	3 Mathématique 1 30 Mai 2011

EXERCICE N : 1 (4 points)

La répartition de 10 joueurs d'une équipe de basket ball selon le nombre de fautes commises au cours d'un match est donné par le tableau suivant :

Nombre de faute(s)	0	1	2	3	4	5
Nombre de joueur(s)	2	1	1	2	3	1

I) Un joueur est choisi au hasard .

1) Soit l'évènement **A :** « Le joueur ait commis 0 faute » .Vérifier que $p(A) = \frac{1}{5}$.

2) Déterminer la probabilité de chacun des évènements suivants :

B :« Le joueur a été expulsé pendant le match» **(Un joueur est expulsé lorsqu'il commet 5 fautes)**

C : « Le joueur a commis au plus 1 fautes » .

II) L'entraîneur choisi **cinq joueurs au hasard** pour formé l'équipe titulaire.

Pour tout $k \in \{0, 1, 2\}$ on considère l'évènement :

S_K : « Avoir exactement K joueur(s) qui n'ont commis aucune faute » .

On désigne par : p_K la probabilité de l'évènement S_K .

1) Calculer p_k pour tout $k \in \{0, 1, 2\}$.

2) Déduire la probabilité de l'évènement :

D : « Avoir au moins un joueur parmi les cinq choisis qui n'a commis aucune faute »

III) Parmi les 10 joueurs , **deux sont choisis au hasard** , l'un est nommé capitaine et l'autre son remplaçant . Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :

E : « La somme des fautes du capitaine et son remplaçant est égal à 7 »

F : « Le capitaine a commis 3 fautes pendant le match »

$E \cup F$.

<u>EXERCICE N : 2</u> (5 points)

L'espace (ξ) est rapporté à un repère orthonormé direct ($O , \vec{i} , \vec{j} , \vec{k}$) .

***A) (S_m)** = $\{ M(x , y , z) \in \xi$ tels que : $x^2 + y^2 + z^2 - 4 (m - 1) x + 2 (m - 1) y - 2 (m - 1) z = 0 \}$*

*avec m est un paramètre réel et **P** le plan d'équation : $2x - y + z = 0$.*

***1)** Montrer que pour tout $m \neq 1$, **(S_m)** est la sphère de centre Ω_m ($2m - 2 , 1 - m , m - 1$)*

et de rayon $R_m = \sqrt{6}\ /m - 1/$.

***2)** Soit **($\mathcal{F}$)** l'ensemble des points Ω_m quand m varie dans IR \ $\{ 1 \}$. Déterminer la nature de **($\mathcal{F}$)** .*

***3)** Montrer que **P** est tangent à **(S_m)** pour tout $m \neq 1$.*

***B)** On considère les points A (4 , 0 , 0) , B (0 , - 2 , 0) et C (0 , 0 , 2) .*

***1) a)** Calculer le vecteur $\vec{N} = \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$.*

***b)** Déduire que le plan (ABC) a pour équation cartésienne : $x - 2y + 2z - 4 = 0$.*

***2) a)** Calculer le volume **$\mathcal{V}$** du tétraèdre OABC .*

***b)** Déduire la hauteur **h** du tétraèdre OABC issue du point O .*

***3) a)** Vérifier que **(S_2)** est la sphère circonscrite au tétraèdre OABC .*

***b)** Déterminer le rayon r et le centre H du cercle **($\mathcal{C}$)** intersection de **(S_2)** et (ABC) .*

***c)** H est- il le pied de la hauteur, du tétraèdre OABC , issue de O ? Justifier votre réponse*

<u>EXERCICE N : 3</u> (5 points) ***(Les parties A et B sont indépendantes)***

***A)** Soient ABCD un carré de centre O tel que $(\widehat{\overrightarrow{AB} ; \overrightarrow{AD}}) \equiv \frac{\pi}{2}\ (2\pi)$ I et J les milieux respectifs*

de [AB] et [AD] et K le symétrique de I par rapport à A .

***1) a)** Montrer qu'il existe une unique rotation R qui transforme B en D et J en K*

***b)** Montrer que A est le centre de la rotation R et $\frac{\pi}{2}$ est une mesure de son angle .*

***c)** En déduire que (B J) et (D K) sont perpendiculaires .*

***d)** Montrer que J est l'orthocentre du triangle DKB .*

***2)** Soit H le projeté orthogonal de A sur (B J) et G = R (H) .*

***a)** Montre que G appartient à la droite (D K) et que (A G) et (A H) sont perpendiculaires .*

***b)** Déduire une construction de G .*

***c)** Montrer que les points A , B , O et H sont situés sur un même cercle que l'on précisera .*

***d)** Montrer que G , H et O sont alignés.*

***B)** Sans justification , indiquer la seule réponse exacte parmi les propositions suivantes .*

***1)** la transformation $S_{(BC)} \circ S_{(AC)} \circ t_{\overrightarrow{BD}}$ est :*

***a)** une rotation* ***b)** une translation* ***c)** l'identité du plan*

***2)** La fonction composée $r_{(O , -\frac{\pi}{2})} \circ r_{(C , \frac{\pi}{2})}$ est égal à :*

***a)** S_A* ***b)** $t_{\overrightarrow{CB}}$* ***c)** $t_{\overrightarrow{AD}}$*

EXERCICE N : 4 ***(6 points)***

A) *Soit la fonction f définie par :* $f(x) = \dfrac{2x^2+3x+3}{x+1}$.

(Cf) *désigne la courbe représentative de f dans le repère orthonormé* $R(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) a) *Montrer que pour tout* $x \in D_f$; $f(x) = 2x + 1 + \dfrac{2}{x+1}$.

b) *Déduire les asymptotes à **(Cf)** .*

2) *Dresser le tableau de variations de f .*

3) *Tracer la courbe **(Cf)** dans le repère R .*

B) *Soit h la fonction définie par :* $h(x) = f(2\cos 2x) = 4\cos(2x) + 1 + \dfrac{2}{2\cos(2x)+1}$.

1) *Déterminer* D_h *le domaine de définition de h .*

2) *Justifier qu'il suffit d'étudier h sur l'intervalle* $\left[0, \dfrac{\pi}{2}\right] \cap D_h$.

3) *Etudier le signe de* $2\cos(2x) + 1$ *sur* $[0, \dfrac{\pi}{2}]$ *puis déduire* $\lim\limits_{x \to (\frac{\pi}{3})^+} h(x)$ *et* $\lim\limits_{x \to (\frac{\pi}{3})^-} h(x)$.

4) a) *Montrer que pour tout* $x \in Dh$; $h'(x) = \dfrac{-16\sin(4x)[1+\cos(2x)]}{[2\cos(2x)+1]^2}$.

b) *Etudier les variations de h sur* $\left[0, \dfrac{\pi}{2}\right] \cap D_h$.

c) *Tracer dans un repère orthogonal la courbe **(* Γ *)** de la restriction de h sur* $[-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}] \cap D_h$.