Mathématiques		Devoir de synthese n°3	
Lycée Ali Bourguiba Bembla			
3 ème Math 1	Vendredi 03-06-2011	Durée : 3 heures	Prof : Yacoubi Hamda

Exercice 1(3 points)

Le nombre de répartitions de quatre jetons dans 4 cases (Chaque case contient un seul jeton) est

a)256 b) 24 c)4

2) soit n un entier naturel supérieur ou égale a 2 non divisible par 7 alors $(n^6 - 1) \wedge 7 =$

a)$n^6 - 1$ b)7 c)1

3) Si u est une suite définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = \dfrac{n + \sin(n)}{n + 1}$ alors $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n =$

a)-1 b)1 c)0

4)Soit $v_n = \dfrac{n^2 + 3}{n}$, $n \geq 1$ alors

a) $\lim\limits_{n \to +\infty} v_n = 0$ b)(v_n) est majorée par 1 c)$v_n \geq n$ pour tout $n \geq 1$

Exercice 2(4 points)

Soit f une fonction <u>dérivable</u> sur $\mathbb{R}$ et f' sa fonction dérivée ,dans la figure ci contre on donne leur courbe représentative C1 et C2 dans le plan muni d'un repère orthonormé $(0, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$

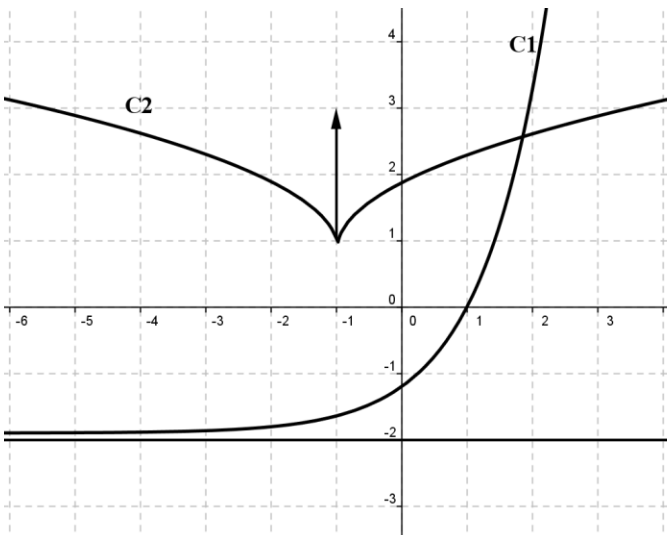
C1 admet : Une asymptote horizontale au voisinage de $-\infty$ d'équation $y = -2$

Une branche parabolique de direction $(O, \vec{\jmath})$ au voisinage de $+\infty$

C2admet : Une demi-tangente verticale au point B(-1,1).

1) Justifier par deux méthodes différentes que C1 est la courbe correspondante a f

2)a) Dresser le tableau de variation de f sur $\mathbb{R}$



b)Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x}$

3)Justifier que $\lim\limits_{x \to -1^-} \dfrac{f'(x) - f'(-1)}{x + 1} = -\infty$

b)Calculer $\lim\limits_{x \to -1^+} \dfrac{f'(x) - 1}{x + 1}$

3) Soit $g(x) = \sqrt{f(x)}$

a)Déterminer le signe de $f(x)$en déduire le domaine de définition de g

b) Calculer $g'(x)$en fonction de $f(x)$ et $f'(x)$pour tout $x \in]1, +\infty[$

Exercice 3(5 points)

On considère la suite U définie sur $\mathbb{N}$ par $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \dfrac{2+u_n}{1+2u_n} \end{cases}, n \in \mathbb{N}$

1) Montrer que pour tout entier naturel n on a :$0 \leq u_n \leq 2$

2) Monter que si (u_n) converge vers un rée ℓ alors $\ell = 1$

3)On pose $v_n = \dfrac{u_n - 1}{1 + u_n} n \in \mathbb{N}$

a)Montrer que v est une suite géométrique de raison $q = \dfrac{-1}{3}$

b) Exprimer v_n puis u_n on fonction de n

c)Calculer $\lim\limits_{n \to +\infty} v_n$ et $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$

4) a)Montrer que pour tout n∈$\mathbb{N}$ on a $|u_n - 1| \leq 3|v_n|$

b)Retrouver alors $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$

5) Soit (t_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $\begin{cases} t_0 = 0 \\ t_{n+1} = t_n + v_n, \ n \in \mathbb{N} \end{cases}$

a)Montrer que $t_{n+1} = v_0 + v_1 + v_2 + \cdots + v_n$

b)En déduire que $t_n = \dfrac{-3}{4}\left(1 - \left(-\dfrac{1}{3}\right)^n\right)$puis déterminer $\lim\limits_{n \to +\infty} t_n$

Exercice 4(4 points)

I)1) Trouver tout les couples d'entiers naturel (a,b) telque $\begin{cases} a + b = 210 \\ a \wedge b = 15 \end{cases}$

2)a)Calculer en utilisant l'algorithme d'Euclide 2115∧75

b) Déterminer un entier naturel n tel que

$\begin{cases} \text{Le restede la division euclidienne de 2126 par n est 11} \\ \text{Le restede la division euclidienne de 83par n est 8} \end{cases}$

II) On donne l'équation (E) :5x-2y=1 où x et y sont deux entier naturels

1) Vérifier que le couple (1,2) est une solution particulière de (E)

2) Résoudre dan $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ l'équation (E)

Soit n un entier naturel, on pose A=2n+3 et B=5n+2

a)Montrer que si un entier naturel non nul d, diviseA et divise B alors il divise 11.

b) Déterminer alors l'ensemble des entiers naturels n telque A∧B=11

Exercice 5(4 points)

Une urne contient neuf jetons indiscernables au toucher 5 jetons rouges numérotés0 ,1,1,2 et 2 et quatre jetons blancsnumérotés 0,1,2 et 2 on tire simultanément et au hasard trois jetons de l'urne calculer la probabilité de chacun desévénements suivants

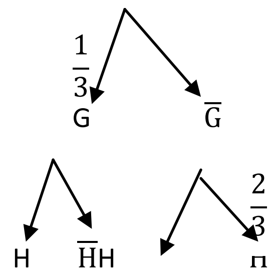
A « Obtenir trois jetons de même couleur ».

B «Obtenir un seul jeton blanc ».

C «la somme des numéros inscrits sur les jetons tirés est égaleà 3».

D «Le produit destroisnuméros est nul».

2) Ontire successivement et sans remise 3 jetons de l'urne, calculer la probabilité de chacun des événements suivants



E « Obtenir un seul jeton de numéro impair».

F«Obtenir exactement deux jetons rouges».

3) Onconsidère maintenant l'épreuve suivante, on tire un jetonde l'urne

S'il porte le numéro1 ,on le garde à l'extérieur et on tire un deuxième jeton

S'il ne prote pas le numéro 1 on le remet dans l'urne et on tire unedeuxième jeton

On considère les événements suivants :

G'' : lepremier jeton porte le numéro 1

H''le deuxième jeton tiré porte le numéro 1

Compléter l'arbre de probabilité ci-dessus

Déterminer alors p(H).