MR :AMRI

Devoir de synthèse n° 3

Lycée : Mateur

Section : Mathématiques

Coefficient : 4

Epreuve : mathématiques

A.S : 2011 - 2012

Durée : 3 H

N.B : La calculatrice est autorisée

Une notation n'est pas vue en classe est inacceptable

La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies

Exercice N°1 ***:(3.5points)***

Le tableau suivant résume les tailles de 50 enfants qui sont inscrit à un stage de basket

Taille x(cm)	**[80 ; 85[**	**[85 ; 90[**	**[90 ; 95[**	**[95 ; 100[**	**[100 ; 105[**
Effectifs	3	9	24	12	2
Centre de classe					
Effectif cumulés croissante					

1) Recopier et compléter le tableau ci-dessus *1*

2) a) Déterminer la médiane Me et les quartiles Q_1 et Q_3 de cette série *1*

b) Construire le diagramme en boite de la série *0.5*

3) Calculer la moyenne $\overline{x}$ et l'écart type σ_x et la variance V(x) de cette série *1*

Exercice N°2 ***:(4points)***

Les relevés de l'intensité du travail (x_i) exprimée en kilojoules par minute et la fréquence cardiaque (y_i) (nombre de battements par minute) de 6 personnes sont consignés dans le tableau suivant :

x_i	9,6	12,8	18,4	31,2	36,8	47,2
y_i	70	86	90	104	120	128

1) a) Représenter le nuage de points de la série double$(x\ ;\ y)$ dans un repère orthogonal du plan. *0.5*

b) Déterminer et placer le point moyen G de ce nuage *0.5*

c) Calculer $\sigma\ (x)$et $\sigma(y)$. *0.5*

2) a) Déterminer les coordonnées du point moyen G_1 du nuage des points $M_1(x_1\ ;\ y1)$, $M_2(x_2\ ;\ y2)$, $M_3(x_3\ ;\ y3)$ *0.5*

b) Déterminer les coordonnées du point moyen G_2 du nuage des points M_4, M_5 et M_6 *0.5*

3) Donner une équation de la droite d'ajustement affine de y en x *0.5*

4) a) Prévoir le nombre par minute correspondant a un travail de 40 kilojoules *0.5*

b) Prévoir l'intensité du travail correspondant à 100 battement par minute *0.5*

<u>Exercice N°3</u> :(3points)

Soit R=(O ;$\vec{\imath}$; $\vec{\jmath}$; $\vec{k}$) un repère de l'espace . On donne les points A(0 ;1 ;-1) ; B(2 ;1 ;1) ; C(1 ;-3 ;2) et D(3 ;-1 ;4)

1) Montrer que les points A ;B et C ne sont pas alignés *0.5*

2) Montrer que B= $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}; \overrightarrow{AD})$ est une base de W *1*

3) Soit E $(\frac{9}{2}\ ;\ 5\ ;\alpha)$ où $\alpha \in$ IR

a) Déterminer α pour que $\overrightarrow{DE}$ et $\overrightarrow{BC}$ soient colinéaires *0.5*

b) Déterminer alors les coordonnés du vecteur $\overrightarrow{CE}$ dans la base B *1*

<u>Exercice N°4</u> :(4 points)

I – Une urne U_1 contient 7 boules indiscernables au toucher, réparties comme suit :

- 4 blanches numérotées : 0, 0, 1, 2
- et 3 rouges numérotées : 1, 1, 1.

1) On tire au hasard et simultanément **trois boules** de l'urne. Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :

***A* :«** Obtenir trois boules de même couleur **»** *0.25*

***B* :«** Obtenir trois boules portant le même numéro **»** *0.25*

***C* :«** Obtenir trois boules portant le même numéro et de même couleur **»** *0.25*

***D* :«** Obtenir trois boules portant le même numéro ou de même couleur **»** *0.5*

***E* :«** Obtenir au moins une boule blanche **»** *0.5*

2) On tire au hasard successivement et sans remise **quatre boules** de l'urne. Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :

***G* : «** Obtenir deux boules rouges et deux boules blanches **»** *0.25*

***H* :«** La somme des numéros marqués sur les boules tirées égale à 5 **»** *0.5*

***I* :«** Obtenir une boule numérotée 0 pour la première fois au troisième tirage *0.5*

II – Une urne U_2 contient 6 boules numérotées : 1, 0, 0, 0, 2, 2.

On tire, au hasard, une boule de l'urne U_1 puis une boule de U_2. On désigne par a le numéro inscrit sur la boule tirée de U_1 et par b celui de la boule tirée de U_2.

L'espace est muni d'un repère $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j};\vec{k}\,)$. On considère $A(a,0,0)$, $B(0,b,0)$, $C(1,0,1)$ et $D(0,0,2)$ quatre points de l'espace. Calculer la probabilité de l'évènement suivant :≪Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AD}$ sont coplanaires ≫ *1*

<u>Exercice N°5</u> :(5.5points)

On considère la suite(Un) définie par $U_0 = 6$ et pour tout n ∈ IN on $U_{n+1} = \frac{4U_n + 2}{U_n + 3}$

1) Montrer par récurrence que pour tout n ∈ IN on a $U_n \geq 2$	0.75
2) a) Montrer que(Un) est une suite décroissante	0.5
b) En déduire que (U_n) est convergente	0.25
3) a) Montrer que pour tout n ∈ IN on a $U_{n+1} - 2 \leq \frac{2}{5}(U_n - 2)$	0.5
b) En déduire que pour tout n ∈ IN on a $U_n - 2 \leq 4\left(\frac{2}{5}\right)^n$	0.5
c) Déterminer alors la limite de la suite (U_n)	0.5
4) Soit (V_n) la suite définie sur IN par $V_n = \frac{U_n - 2}{U_n + 1}$	
a) Montrer que (V_n) est une suite géométrique de raison $\frac{2}{5}$ et préciser V_0	0.5
b) Exprimer V_n en fonction de n	0.25
c) Déduire U_n en fonction de n, puis retrouver la limite de la suite(U_n)	0.5
5) On pose $S_n = \frac{1}{n}\sum_{k=0}^{n-1} U_k$ pour tout n ∈ IN	
a) Montrer que $2 \leq S_n \leq 2 + \frac{20}{3n}\left(1 - \left(\frac{2}{5}\right)^n\right)$	0.75
b) Déduire la limite de S_n	0.5

BON TRAVAIL