Durée : 3h

Exercice N°1 (5pts)

Une urne contient 10 boules dont x sont blanches et les autres sont rouges

1. On suppose que x = 4

   a. On tire au hasard et simultanément 2 boules de l'urne .Déterminer la probabilité de chacun des évènements suivants :

      A. « Avoir 2 boules de même couleur »

      B. « avoir 2 boules de couleur différentes »

      C. « Avoir au moins une boule blanche »

   b. Déterminer la probabilité de chacun des évènements A ; B et C si :

      - Le tirage de deux boules est successives sans remise.
      - Le tirage de deux boules est successive et avec remis.

2. On suppose que $2 \leq x \leq 8$; On tire au hasard et simultanément 2 boules de l'urne

   a. Déterminer la probabilité P(x) d'avoir 2 boules de mêmes couleurs.

   b. Quel doit être le nombre x pour que la probabilité P(x) soit minimale.

Exercice N°2 (5pts)

On considère les deux suites réelles $(u_n)_{n\in IN}$; $(v_n)_{n\in IN}$ définies par :

$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 2 \end{cases}$$

1.

   a. Calculer u_1 et u_2.

   b. Déduire que u : ni arithmétique ni géométrique.

2. On pose la suite $(v_n)_{n\in IN}$ définie par $v_n = u_n - 4$

   a. Montrer que v est une suite géométrique.

   b. Donner alors v_n en fonction de n .

   c. Déduire u_n en fonction de n .

3. Exprimer en fonction de n : S = $\sum_{k=1}^{k=n} v_K$.

4. Déduire en fonction de n : S' = $\sum_{k=1}^{k=n} u_K$.

Durée : 3h

Problème (10pts)

oit f_m la fonction définie par : $f_m(x) = \dfrac{-x^2 + mx + 4}{x - 1}$; $x \in IR - \{1\}$ .où m est un paramètre réel On note ζ_m la courbe de f_m

I/

1. .
   a. Calculer $f'_m(x)$ pour tout $x \in IR - \{1\}$
   b. Déterminer suivant les valeurs de m $\lim\limits_{x \mapsto 1} f_m(x)$
2. Déterminer les valeurs de m pour les quelles f_m admet deux extremums.
3. .
   a. Montrer que toutes les courbes ζ_m passent par un point fixe A.
   b. Déterminer m pour que la tangente à ζ_m en A ait pour coefficient directeur (-3).

II/ On suppose dans la suite que $m = 1$ et $f = f1$ et $\zeta = \zeta_1$

1.
   a. Montrer que $f(x) = x + \dfrac{4}{x-1}$.
   b. Préciser les asymptotes à ζ .
2. Etudier f et tracer ζ .
3. Soit D_a : la droite dont une équation est : $y = a\,x + 1 - a$ (où a est un réel).
   a. Déterminer les valeurs de a pour que D_a coupe ζ en deux points distinct M' et M''
   b. Soit x' et x'' les abscisses de M' et de M''
   c. En déduire que les tangentes à ζ en M' et M'' sont parallèles.
4. Soit la fonction g définie par $g(x) = |x| + \dfrac{4}{x-1}$ et ζ ' sa courbe représentative.
   a. Etudier les variation de g sur $]-\infty, 0]$.
   b. Etudier la dérivabilité de g en 0 . Interpréter graphiquement le résultat.
   c. Préciser l'asymptote à ζ ' au voisinage de $-\infty$ et construire ζ ' dans le même repère.

III/

Soit la fonction h définie par $h(x) = 4\sin^2(x) + \dfrac{4}{4\sin^2(x) - 1}$

1. .
   a. Déterminer Dh le domaine de définition de h.
   b. Montrer que $\forall x \in Dh$ on a : $h(x) = 2 - 2\cos(2x) - \dfrac{4}{2\cos(2x) - 1}$.
2. .
   a. En utilisant la périodicité et la parité de h montrer qu'il suffit d'étudier h sur $\left[0, \dfrac{\pi}{2}\right] \cap Dh$
   b. Etudier le signe de 2cos(2x) – 1 sur $\left[0, \dfrac{\pi}{2}\right]$ puis déduire $\lim\limits_{\frac{\pi}{6}} h(x)$
   c. Dresser le tableau de variation de h sur $\left[0, \dfrac{\pi}{2}\right] \cap Dh$
   d. Construire C_h sur $\left[-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right] \cap Dh$ dans un autre repère .

Durée : 3h

I- Montrer que ζ_a passe par un point fixe A dont on donnera les coordonnées

II- Dans cette partie on pose $a = 2$

1/ Vérifier que $\forall\ x \in IR - \{2\},\ f_2(x) = 4 - x + \dfrac{4}{x-2}$

2/ a- Etudier les variations de f_2

b-/ Montrer que $\Omega\ (2,2)$ est un centre de symétrie de ζ_2 .

c- Préciser les asymptotes de ζ_2 et tracer ζ_2 dans un repère orthonormé $(o, \vec{i}, \vec{j})$

4/ soit $m \in IR$ et D_m la droite d'équation : $y = m(x-2) + 2$

a- Déterminer l'ensemble des réels m pour les quels ζ_2 et D_m se coupent en deux Points distincts M' et M''.

b- Montrer que Ω est le milieu $[M'M'']$.

5/ On pose $g(x)=\dfrac{1}{\sin x - 2}$

a- Montrer que g est définie sur IR

b- Montrer que g est périodique de période 2π

c- Etudier g et tracer Cg sur $[0,2\pi]$