Direction régionale de l'éducation de Monastir
Lycée Ali Bourguiba Bembla

Devoir de synthèse n °3

Proposé par : Mosrati Chawki

01 Juin 2012

Matière : **Mathématiques** Niveau : 3ème Année

Section : Mathématique

Durée de l'épreuve : - 3 heures
- Coefficient 4

Ce sujet comporte 3 pagres numérotées de 1 à 3

L'usage d'une calculatrice est autorisé

Les élèves doivent traiter les quatre exercices.
La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies

Exercice n°1 :(5 points)

Une urne contient deux jetons blancs portant les nombres 1 , -1et trois jeton noirs portant les nombres 1 , 1 , - 1 .Tous les jetons sont indiscernables au toucher

1°)- On tire simultanément trois jetons de l'urne.

Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :

A : « obtenir trois jetons de même couleur »

B : « obtenir au moins deux jetons portant le nombre 1 »

C : « obtenir exactement un jeton blanc et exactement deux jetons portant le nombre 1 »

D : « le produit des nombres inscrits sur les jetons tirés est égal à 1 »

2°)- On tire successivement et avec remise deux jetons de l'urne

a – Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :

E : « obtenir exactement une fois un jeton blanc »

F : « le premier jeton tiré est blanc et le deuxième jeton tiré porte le nombre 1 »

b – On désigne par **a** le nombre inscrit sur le premier jeton tiré et par **b** le nombre inscrit sur le deuxième jeton tiré .

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les plans P et P' d'équations respectives : $ax + y + b = 0$ et $x + by - a = 0$

Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :

G : « P et P' sont parallèles »

H : « P et P' sont perpendiculaires »

Exercice n°2 : (6 points)

On considère la suite réelle (U_n) définie sur IN par : $\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = \dfrac{3}{\sqrt{6 - U_n^2}} \end{cases}$.

1°/ Calculer U_1 et U_2.

2°/ a- Montrer que, pour tout $n \in$ IN, on a : $0 \leq U_n \leq \sqrt{3}$.

b- Montrer que (U_n) est une suite croissante.

c-En déduire que (U_n) est convergente.

3°/ Soit (V_n) la suite définie sur IN par : $V_n = \dfrac{U_n^2}{3 - U_n^2}$

a- Montrer que (V_n) est une suite arithmétique de raison 1.

b- Exprimer V_n en fonction de n. en déduire U_n en fonction de n.

4°/ Soit la suite W tel que $W_0 = 3$ et $2W_{n+1} = W_n + 2V_n \quad \forall \quad n \in IN$ .On pose $T_n = W_n - 2n+4$.

a- Montrer que (T_n) est une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{2}$.

b- En déduire W_n en fonction de n.

c- Calculer $S1 = \sum_{i=0}^{n} T_i \quad et \quad S_2 = \sum_{i=0}^{n-1} W_i$

Exercice n°3 (3 points)

Le tableau suivant recense par le poids y en Kg de 100 bébés en fonction de l'âge x en mois :

Ages x_i / Poids y_i	1	2	3	4	Totales
3	2	0	0	0	
3.5	3	0	0	0	
4	6	2	0	0	
4.5	11	3	6	0	
5	4	8	8	3	
5.5	0	6	9	2	
6	0	1	7	8	
7	0	2	2	7	
Totales					

1/ a- Déterminer la série marginale des X.

b- Déterminer $\overline{X}$ (valeurs moyennes de X).

c- Déterminer la variance et l'écart type de X.

2/ a- Déterminer la série marginale des Y.

b- Déterminer $\overline{Y}$ (valeurs moyennes de Y).

c- Déterminer la variance et l'écart type de Y.

Exercice n°4 : (6 points)

L'espace ξ est munie d'un repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$.

On considère les points A(3 ,2 ,- 2) B(-1 ,2 ,1) et C(0 ,1 , 0) .

1/ a - Montrer que $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right)$ est une base du plan .

b - Déterminer une équation cartésienne du plan (ABC) .

2/ On considère la droite Δ : $\begin{cases} x = 2\alpha + 1 \\ y = \alpha - 2 \\ z = \alpha + 3 \end{cases}$ $\alpha \in IR$ et P : $3x - y + 4z + 1 = 0$.

a – Etudier la position relatif de Δ et P .

b - Déterminer les coordonnées du point I intersection de Δ et P .

3/ On considère l'ensemble S des points M(x ,y ,z) tel que :

S : $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + y + 2z - \frac{5}{4} = 0$.

a - Montrer que S est une sphère dont on précisera le centre Ω et le rayon R .

b - Montrer que P coupe S en un cercle ζ dont on caractérisera .

4/ On considère l'ensemble S'= $\left\{M \in \xi \text{ tel que } \overrightarrow{MA} \cdot \left(2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\right) = \vec{0}\right\}$

Soit G le point de ξ tel que : $2\overrightarrow{GB} - \overrightarrow{GC} = \vec{0}$

a - Déterminer les coordonnées du point G.

b - Montrer que : $2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MG}$.

c - Déduire que S' est une sphère d'équation : $x^2 + y^2 + z^2 - x - 5y - 4 = 0$.

d - Montrer que S et S' sont sécantes.

Bonne vacances