Lycée mateur
Hamda Abbes

Devoir de synthèse N:3

2014-2015

Classe: 3 Maths
Durée: 3 heures

Le sujet est composé de 4 exercices indépendants
Et un annexe à rendre avec la copie

Exercice 1:(2pt)

Pour chacune des quatre questions, une et une seule affirmation est exacte .
Indiquer sur votre copie le numéro de la question et recopier l'affirmation exacte sans justification.

1. Soit $\mathcal{S}$ la sphère de centre $\Omega(1;-3;1)$ et de rayon $r=3$. $\mathcal{P}$ le plan d'équation cartésienne:$2x-y+2z+2=0$. Alors:

   (a) $\mathcal{P}$ tangent à $\mathcal{S}$ (b) $\mathcal{P}\cap\mathcal{S}=\varnothing$ (c) L'intersection de $\mathcal{P}$ et $\mathcal{S}$ est un cercle

2. Soient A et B deux évènements indépendants tels que $P(\overline{A})=\dfrac{2}{3}$ et $P(A\cup B)=\dfrac{3}{4}$. Alors:

   (a) $P(B)=\dfrac{1}{4}$ (b) $P(B)=\dfrac{1}{8}$ (c) $P(B)=\dfrac{5}{8}$

3. En tirant simultanément 2 jetans dans un sac contenant 3 jetans blancs et 3 jetans rouges,la probabilité d'obtenir 2 jetans blancs est égale à :

   (a) $\dfrac{1}{2}$ (b) $\dfrac{1}{5}$ (c) $\dfrac{2}{3}$

4. Soit $A(2)$ et $B(2i)$. L'ensemble des points M d'affixe z du plan complexe rapporté au repère orthonormé $(O;\overrightarrow{u};\overrightarrow{v})$, vérifiant $|z-2|=|z-2i|$ est :

   (a) le cercle de diamètre $[AB]$ (b) la droite (AB) (c) la droite d'équation $y=x$.

Exercice 2:(6pt)

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O;\overrightarrow{i};\overrightarrow{j};\overrightarrow{k})$.
On considère les trois points A, B et C de coordonnées respectives :$A(-1;2;1)$, $B(1;-6;-1)$ et $C(2;2;2)$.

1. (a) Vérifier que les points A, B et C définissent bien un plan.

   (b) Montrer que le vecteur $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}1\\1\\-3\end{pmatrix}$ est un vecteur normal au plan (ABC).

   (c) Déterminer une équation cartésienne du plan (ABC).

2. Soit $\mathcal{P}$ le plan d'équation : $x - y + z - 4 = 0$.

   (a) Montrer que les plans (ABC) et $\mathcal{P}$ sont sécants.

   (b) Soit $\mathcal{D}$ la droite intersection des plans $\mathcal{P}$ et (ABC). Déterminer une représentation paramétrique de la droite $\mathcal{D}$.

3. On considère la sphère $\mathcal{S}$ de centre $\Omega(3;1;3)$ et de rayon 3 et on nomme I le point de coordonnées $(2;-1;1)$.

   On admet que la droite $\mathcal{D}$ a pour représentation paramétrique : $\begin{cases} x = & 1+\alpha \\ y = & -3+2\alpha \quad (\alpha \in \mathbb{R}) \\ z = & \alpha \end{cases}$

   (a) Montrer que le point I appartient à la droite $\mathcal{D}$.

   (b) Montrer que le point I appartient à la sphère $\mathcal{S}$.

   (c) Montrer que la droite $\mathcal{D}$ coupe la sphère $\mathcal{S}$ en un deuxième point J.

   Déterminer les coordonnées de J

Exercice 3:(7pt)

On se place dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O;\overrightarrow{u};\overrightarrow{v})$.

1. (a) On considère les points A, B et C d'affixes respectives $a = 2, b = 3 + i\sqrt{3}$ et $c = 2i\sqrt{3}$. placer les points A, B et C **dans le repère donné en annexe.**
   Montrer que le triangle ABC est rectangle.

   (b) En déduire que l'affixe ω du centre Ω du cercle circonscrit au triangle ABC est $1 + i\sqrt{3}$.

2. On note (z_n) la suite de nombres complexes, de terme initiale $z_0 = 0$, et telle que : $z_{n+1} = \dfrac{1+i\sqrt{3}}{2} z_n + 2$.

   Pour tout entier naturel n,on note A_n le point d'affixe z_n.

   (a) Montrer que les points A_2, A_3 et A_4 ont pour affixes respectives : $3 + i\sqrt{3}$, $2 + 2i\sqrt{3}$et $2i\sqrt{3}$. On remarquera que : $A_1 = A$, $A_2 = B$ et $A_4 = C$.

   (b) Comparer les longueurs des segments $[A_1A_2]$, $[A_2A_3]$ et $[A_3A_4]$.

3. (a) Montrer que pour tout entier naturel n, on a : $z_{n+1} - \omega = \dfrac{1+i\sqrt{3}}{2}(z_n - \omega)$, où ω désigne le nombre complexe défini à la question **1.b**).

   (b) En déduire que le point A_{n+1} est l'image du point A_n par une rotation dont on précisera les éléments caractéristiques. Placer les points A_3 et A_5 **dans le repère donné en annexe.**

4. Justifier que, pour tout entier naturel n, on a : $A_{n+6} = A_n$.

   Déterminer l'affixe du point A_{2015}.

Exercice 4:(5pt)

On considère une population de lapins où le nombre de mâles est la moitié du nombre de femelles.

Des études statistiques ont montré que dans cette population 4% des mâles avaient le caractère albinos*

et 26% des femelles avaient ce caractère.

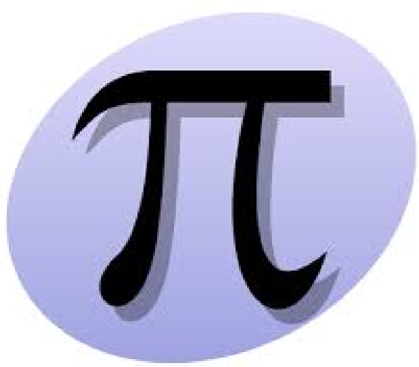
On considère les événements suivants :

F : "Le Lapin prise est une femelle",

M : "Le Lapin pris est un mâle"

A: "Le Lapin est albinos ",

1. Montrer que la probabilité de l'événement M : $P(M) = \dfrac{1}{3}$
2. Représenter la situation par un arbre de probabilité.
   (a) Justifier que $P(F \cap A) = \dfrac{13}{75}$.
   (b) Quelle est la probabilité pour qu'une femelle de cette population prise au hasard ne soit pas albinos ?
3. (a) Déterminer $P(A)$.
   (b) Quelle est la probabilité pour qu'un lapain albinos de cette population pris au hasard soit un mâle ?



*L'albinisme est une particularité génétique héréditaire qui touche les mammifères, se caractérisant par un déficit de production de mélanine pouvant aller jusqu'à l'absence totale dans l'iris et les téguments (épiderme, poils et cheveux, plumes),Les animaux albinos sont le plus souvent blancs avec des yeux rouges, roses ou même très clairs//*Wikipédia*

ANNEXE

Cette page sera complétée et remise avec la copie à la fin de l'épreuve

Nom:..Prénom:..

Exercice 1:

1.	(a)			(b)			(c)	
2.	(a)			(b)			(c)	
3.	(a)			(b)			(c)	
4.	(a)			(b)			(c)	

Exercice 3: