Devoir à la maison n°02

3^{eme} Math *Mr: Bouhouch Ameur*

Exercice n°1:

Dans chaque question, une seule réponse est correcte. Laquelle?
(on ne demande aucune justification)

1) Soient z et z' deux nombres complexes tels que:|z|=|z'|=1et 1+zz' $\neq$ 0.

Alors le nombre $\frac{z+z'}{1+zz'}$ est:

a) imaginaire pur b) réel c)ni réel, ni imaginaire pur

2) Soient z et z' deux nombres complexes tels que |z-z'|=|1-zz'| .alors on a:

a) |z|=|z'|=0 b) |z|=0 ou |z'|=1 c) |z|=1 ou |z'|=1

3) si a est un nombre complexe tel que |a| =|a-1| alors:

a) Re(a)=1 b) Re(a)=0 Re(a)= -2

4) L'ensemble des points M d'affixe z tel que |z-1+i|=| $\bar{z}$ +3i| est:

a) un cercle b) une droite c) un segment de droite.

5) Pour tout réel α , si A= 1+sin(2α) alors on a:

a) A= 2sinα b) A= (cosα +sinα)^2 c) A=(cosα -sinα)^2

6) Si f(x)=$\frac{\sin x}{\sqrt{1-\cos x}}$, Alors la limite de f en 0 est :

a) 1 b) 0 c) 2 .

Exercice n°2:

Soit f la fonction définie par f(x)=$\begin{cases} \sqrt{x^2+2x} & si\ \ x \geq 0 \\ \dfrac{x^3}{(x+1)^2} & si\ \ x<0 \end{cases}$

On désigne par (C) sa courbe représentative dans un R.O.N$(o,\vec{i},\vec{j})$.

1) Etudier la continuité de f en 0.

2) a) Etudier la dérivabilité de f à droite de 0.Interpréter graphiquement le résultat obtenu.

b) Montrer que f est dérivable à gauche de 0.
Ecrire une équation de la demi-tangente à (C) à gauche de 0.

3) Montrer que (D):y=x+1 est une asymptote à (C) au voisinage de $+\infty$.

4) a) Montrer que si $x<0$, on a : f(x)=$x+a+\frac{b}{x+1}+\frac{c}{(x+1)^2}$ avec a ,b et c trois réels à déterminer.

b) En déduire que la droite (Δ):y=x-2 est une asymptote oblique à (C) au voisinage de $-\infty$.

c) Etudier la position relative de (C) et (Δ).

5) Etudier les variations de f sur IR et dresser son tableau de variation.

6) Tracer (C); (D) et (Δ) .

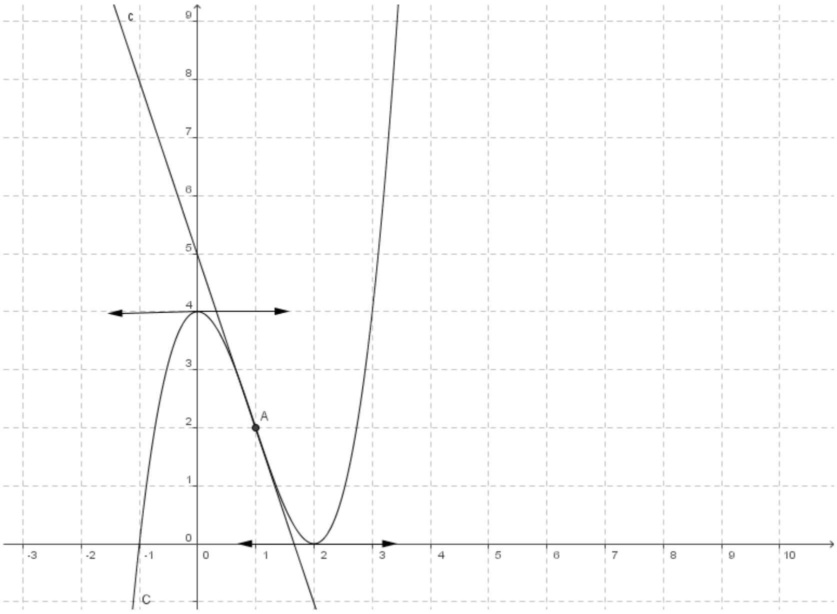
Exercice n°3:

Soient les points A et B d'affixes respectives z_A=1et z_B=-2i .

1) Déterminer l'ensemble des points M d'affixe z tels que |z-1|=|iz-2|.
2) Déterminer l'ensemble des points M d'affixe z tels que (z +2i)($\bar{z}$ -2i)=4.
3) Soit M' le point d'affixe z' tel que z'=1+ $\dfrac{6i}{\bar{z}-2i}$.
   a) Montrer que AM'$\times$BM=6.
   b) Montrer que si M décrit le cercle de centre B et de rayon 3 alors M' décrit un cercle que l'on déterminera.

Exercice n°4:

Soit la fonction f définie et dérivable sur IR et donnée par sa représentation graphique (Voir figure).



La droite (D) est la tangente à (C) en A .
1) Par une lecture graphique, répondre aux questions suivantes:
   a) Déterminer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$.
   b) Calculer, en justifiant, f'(0);f'(2) et f'(1).
   c) Dresser le tableau de variation de f .
   d) Discuter, suivant les valeurs du paramètre réel m le nombre de solution de l'équation f(x)=m .
2) On admet que f(x)= ax^3 +bx^2 +c .
   Déterminer les réels a, b et c.
3) Soit g la fonction définie par: g(x)= $\dfrac{1}{4}x^4$ - x^3 +4x+1.
   a) Vérifie que g'(x)=f(x).
   b) Déduire le tableau de variation de g.

Exercice n°5:

Soit x un réel.

1) Montrer que $\sqrt{3}\cos(2x)-\sin(2x)=2-4\sin^2(x+\dfrac{\pi}{12})$.
2) En déduire que : $\sin(\dfrac{\pi}{12})=\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$.
3) Résoudre dans IR l'équation: $2\sqrt{3}\sin(2x)+4\cos^2(x)=\sqrt{2}-\sqrt{6}+2$