

EXERCICE N°1

Montrer par récurrence que pour tout n de \mathbb{N}^* : $1 \times 3 + 2 \times 4 + 3 \times 5 + \dots + n(n+2) = \frac{1}{6} n(n+1)(2n+7)$

EXERCICE N°2

Soient les suite U définie sur \mathbb{N}^* par:

$$U_n = 2+2(2+1)+3(3+1)+4(4+1)+\dots+n(n+1)$$

1- Calculer U_1 ; U_2 et U_3

2- Montrer que pour tout n de \mathbb{N}^* on a: $U_n = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$. Déduire alors: U_{21}, U_{85}

EXERCICE N°3

Montrer que pour tout n de \mathbb{N}^*

a) 17 divise $(3 \times 5^{2n-1} + 2^{3n-2})$

b) 7 divise $(3^{2n+2} - 2^{n+1})$

EXERCICE N°4

Soit la suite U_n définie sur \mathbb{N} par $U_0 = 9$ et pour tout n de \mathbb{N} : $U_{n+1} = \frac{u_n^2 + 9}{2u_n}$

1- montrer par récurrence que : $U_n > 3$ pour tout n entier naturel

2- On pose $v_n = \frac{u_n - 3}{u_n + 3}$

a) Etablir que $U_{n+1} - 3 = \frac{(u_n - 3)^2}{2u_n}$ et $U_{n+1} + 3 = \frac{(u_n + 3)^2}{2u_n}$

b) En déduire V_{n+1} en fonction de V_n

c) Démontrer par récurrence que pour tout n de \mathbb{N}^* : $V_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{2^n}$

EXERCICE N°5

Montrer que pour tout n de \mathbb{N}^* :

1) $\frac{1}{2} + \frac{2}{2^2} + \frac{3}{2^3} + \frac{4}{2^4} + \dots + \frac{n}{2^n} = 2 - \frac{n+2}{2^n}$

2) $1 + 2.2 + 3.2^2 + 4.2^3 + 5.2^4 + \dots + n.2^{n-1} = (n-1).2^n + 1$

EXERCICE N°6

Soit la suite U_n définie sur \mathbb{N} par: $-1 < U_0 < 0$ et pour tout n de \mathbb{N} : $U_{n+1} = \frac{2u_n}{\sqrt{3+u_n^2}}$

Montrer par récurrence que pour tout n de \mathbb{N} : $-1 < U_n < 0$

EXERCICE N°7

Soit la suite U_n définie sur \mathbb{N} par: $U_0 = 1$ et pour tout n de \mathbb{N} : $U_{n+1} = u_n + \frac{1+u_n}{1+2u_n}$

1) a- Montrer par récurrence que pour tout n de \mathbb{N} : $U_n > 0$

b- En déduire que pour tout n de \mathbb{N} : $U_{n+1} > U_n$

2) Montrer que pour tout n de \mathbb{N} : $U_{n+1} > U_n + \frac{1}{2}$. En déduire que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$: $U_n > 1 + \frac{n}{2}$