

Exercice N°1:

L'équation du second degré :  $x^2 - 5x + 3 = 0$  possède deux solutions réelles  $x'$  et  $x''$ .

Soient  $a$  et  $b$  tels que  $x' = \operatorname{tga}$ ,  $x'' = \operatorname{tgb}$

Sans calculer  $x'$  et  $x''$ . Calculer  $\operatorname{tg}(a+b)$

Exercice N°2:

De la relation  $2\cos^2 x = 1 + \cos 2x$ , déduire :  $\cos^4 x = \frac{3}{8} + \frac{1}{2} \cos 2x + \frac{1}{8} \cos 4x$

Calculer :  $\cos^4(\pi/8) + \cos^4(3\pi/8) + \cos^4(5\pi/8) + \cos^4(7\pi/8)$

Exercice N°3:

Pour  $x$  réel tel que :  $1 + \sin 2x \neq 0$ ,  $\cos 2x \neq 0$  et  $\cos x + \sin x \neq 0$

1- Montrer que 
$$\frac{\cos 2x}{1 + \sin 2x} = \frac{1 - \sin 2x}{\cos 2x} = \frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x}$$

2- Pour  $x = \frac{\pi}{8}$  et sans calculer  $\cos \frac{\pi}{8}$  et  $\sin(\frac{\pi}{8})$  déduire que :  $\operatorname{ctg}(\frac{\pi}{8}) = 1 + \sqrt{2}$

3- Transformer alors en  $r \cos(x - \phi)$  l'expression :  $(1 + \sqrt{2}) \cos x + \sin x$

Exercice N°4:

1- Pour  $x$  réel tel que  $-\pi < x < 0$  et  $\cos(2x) = -\frac{3}{4}$  calculer  $\cos x$ ,  $\sin x$  et  $\operatorname{tg} x$

2- On pose  $A = \cos(\frac{\pi}{6} - 2x) + \cos(\frac{\pi}{6} + 2x)$ . Exprimer  $A$  en fonction de  $\cos x$  et  $\sin x$

3- Pour  $x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$ . On pose  $B = \frac{2 \sin x + \sin 2x}{2 \sin x - \sin 2x}$ , montrer que  $B = \operatorname{tg}^2(\frac{x}{2})$  en déduire

$$\operatorname{tg}(\frac{\pi}{12})$$

4- Soit  $f(x) = -1 + \sqrt{3} \cos 2x - \sin 2x$

a) Transformer  $\sqrt{3} \cos 2x - \sin 2x$  en  $r \cos(2x - \phi)$

b) Montrer alors que  $f(x) = 1 - 4 \sin^2(x + \frac{\pi}{12})$  déduire  $\sin(\frac{\pi}{12})$

Exercice N°4:

1- Montrer que pour tout  $x$  réel on a :  $4 \sin x \cos x \cos 2x = \sin 4x$

2- En déduire  $\cos \frac{\pi}{5} \cos \frac{2\pi}{5} = \frac{1}{4}$

3- A l'aide de 2- Montrer que :  $\cos \frac{\pi}{5} + \cos \frac{3\pi}{5} = \frac{1}{2}$

4- Déduire que  $\cos \frac{\pi}{5} - \cos \frac{2\pi}{5} = \frac{1}{2}$

5- Calculer les valeurs de  $\cos \frac{\pi}{5}$  et  $\cos \frac{2\pi}{5}$

Exercice N°5:

Soient  $S = \cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) + \cos\left(\frac{4\pi}{5}\right)$  et  $S' = \cos\left(\frac{3\pi}{5}\right)\cos\left(\frac{\pi}{5}\right)$

- 1- Calculer  $2S\sin\left(\frac{\pi}{5}\right)$  en déduire les valeurs de  $S$  et  $S'$
- 2- Montrer que  $\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right)\cos\left(\frac{4\pi}{5}\right) = -\frac{1}{4}$  déduire  $\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right)$
- 3- Soient  $P_1 = \cos\left(\frac{\pi}{5}\right)\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right)$  et  $Q_1 = \sin\left(\frac{\pi}{5}\right)\sin\left(\frac{2\pi}{5}\right)$   
Calculer  $P_1Q_1$  et en déduire la valeur de  $P_1$
- 4- Soient  $P_2 = \cos\left(\frac{\pi}{7}\right)\cos\left(\frac{2\pi}{7}\right)\cos\left(\frac{3\pi}{7}\right)$  et  $Q_2 = \sin\left(\frac{\pi}{7}\right)\sin\left(\frac{2\pi}{7}\right)\sin\left(\frac{3\pi}{7}\right)$   
Calculer  $P_2Q_2$  en déduire la valeur de  $P_2$

Exercice N°6:

- 1- Montrer que pour tout  $x$  réel on a :  $\cos x + \sqrt{3} \sin x = 2\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 2\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$
- 2- Déduire alors que :  $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right) + \sqrt{3} \sin\left(\frac{5\pi}{12}\right) = 2\cos\left(\frac{\pi}{18}\right)$
- 3- Déduire donc  $\frac{1}{\sin\frac{5\pi}{18}} + \frac{\sqrt{3}}{\cos\frac{5\pi}{18}} = 4$
- 4- Soit  $f(x) = 1 + \cos 2x + \sqrt{3} \sin 2x$ 
  - a) Vérifier que  $f(x) = 2\cos^2 x + 2\sqrt{3} \cos x \sin x$
  - b) Montrer alors que  $f(x) = 4\cos x \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$
  - c) Calculer de deux manières  $f\left(\frac{\pi}{12}\right)$ . Déduire alors  $\cos\frac{\pi}{12}$
- 5- Pour  $x \in \left] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right[ \setminus \left\{ \frac{\pi}{6} \right\}$  on considère  $g(x) = \frac{1 + \cos 2x}{1 + \cos 2x + \sqrt{3} \sin 2x}$ 
  - a) Montrer que  $g(x) = \frac{\cos x}{2\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)}$
  - b) Calculer de deux manières  $g\left(-\frac{\pi}{12}\right)$ . Déduire que  $\cot g\left(\frac{\pi}{12}\right) = 2 + \sqrt{3}$

Exercice N°1 Démontrer les identités suivantes :

- 1-  $2\cos(a+b) \sin(a-b) = \sin 2a - \sin 2b$  et  $2\sin(a+b) \sin(a-b) = \cos 2b - \cos 2a$
- 2-  $\cos^4 a - \sin^4 a = \cos 2a$
- 3-  $\operatorname{tg} 2a - \operatorname{tga} = \frac{\operatorname{tga}}{\cos 2a}$
- 4-  $\cos^2 2a - \sin^2 a = \cos a \cdot \cos 3a$
- 5-  $\sin 3a \cdot \sin^3 a + \cos 3a \cdot \cos^3 a = \cos^3 2a$
- 6-  $\sin 2a = \frac{2}{\operatorname{tga} + \operatorname{cot ga}}$ , déduire  $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{12}\right)$

Exercice N°1 Simplifier les expressions suivantes:

$$A = \frac{1 - 2\cos x + \cos 2x}{1 + 2\cos x + \cos 2x}$$

$$C = \frac{\sin 3x}{\sin x} + \frac{\cos 3x}{\cos x}$$

$$B = \frac{\sin 5x}{\sin x} - \frac{\cos 5x}{\cos x}$$

$$D = \frac{\sin 2x}{\sin x} - \frac{\cos 2x}{\cos x}$$