Série (6)
Classes: 3ème Tech+Sci-exp
Lycée 9-4-1938 Sidi Bouzid

Année Scolaire 2005-2006

Exercice N°1:

On considère la suie $(Un)_{n\in IN}$ définie par: $\begin{cases} u_0 = -3 \\ u_{n+1} = \dfrac{-4}{u_n+4} \end{cases}$

1- Montrer que Un <-2 pour tout $n \in$ IN

2- Soit V la suite définie sur IN par: $v_n = \dfrac{1}{u_n+2}$

a. Montrer que la suite V est une suite arithmétique de raison $r=\frac{1}{2}$ et de premier terme V_0 que l'on précisera

b. Exprimer Vn en fonction de n

c. Déduire l'expression de Un en fonction de n

Exercice N°2:

Soit u la suite définie sur IN par: $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 2u_n - 1 \end{cases}$

1) a) Calculer u_1 et u_2

b) Montrer que $u_n > 1$ pour $n \in$ IN

c) Montrer que $u_{n+1} - u_n > 0$ pour $n \in$ IN

2) On définie la suite v sur IN par: $v_n = u_n - 1$

a) Montrer que la suite v est géométrique

b) Calculer v_n puis u_n en fonction de n

3) a) Calculer en fonction de n la somme $S_n = \sum_{k=0}^{n} v_k$

b) Déterminer la plus petite valeur n_0 de n pour que $S_n \geq 10^3$

Exercice N°3:

Calculer s'ils existent les limites suivantes

$\lim\limits_{x\to1} \dfrac{2x^3-x^2+x-2}{x^2-3x+2}$, $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{\sqrt{1+x^2}-1}{x}$, $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{\sqrt{1+x^2}-1}{x}$, $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\sqrt{1+x^2}-1}{x}$, $\lim\limits_{x\to-1} \dfrac{x^2-4x-5}{x^3+1}$,

$\lim\limits_{x\to1} \dfrac{\sqrt{x}-1}{x-1}$, $\lim\limits_{x\to+\infty} (x^2-3x^3+2x+1)$, $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{\sqrt{x}-1}{x-1}$, $\lim\limits_{x\to-\infty} \sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2-1}$,

$\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{2x+1}-\sqrt{x}$, $\lim\limits_{x\to-\infty} \sqrt{x^2+x}-\sqrt{x^2+1}$, $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{2x+1}-\sqrt{x}$, $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{x^2+x+1}-x$,

$\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{x^2+2x+3}-(x+1)$

Exercice N°4:

Soit la fonction définie par : f(x)= $\frac{x^3-1}{x^2-3x+2}$. Déterminer $\lim\limits_{1} f(x)$, $\lim\limits_{+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{-\infty} f(x)$

Exercice N°5:

Soit la fonction f définie par : f(x)= $\frac{x^2-2x-3}{x^2-7x+12}$ .Déterminer $\lim\limits_{3} f(x)$, $\lim\limits_{+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{-\infty} f(x)$

Exercice N°6:

Soit la fonction f définie par : f(x)= $\frac{x-3}{\sqrt{x-2}-1}$.Déterminer $\lim\limits_{3} f(x)$ et $\lim\limits_{+\infty} f(x)$

Exercice N°7:

Soit la fonction f définie par : f(x)= $\frac{\sqrt{1+x^2}-1}{2x}$.Déterminer $\lim\limits_{0} f(x)$, $\lim\limits_{+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{-\infty} f(x)$

Exercice N°8:

Soit la fonction f définie par : f(x)= $\frac{\sqrt{2x+3}-\sqrt{x+6}}{x-3}$.Déterminer $\lim\limits_{3} f(x)$ et $\lim\limits_{+\infty} f(x)$

Exercice N°9:

Soit la fonction f définie par: f(x)= $\sqrt{x+1}-2\sqrt{x}$. Déterminer $\lim\limits_{+\infty} f(x)$

Exercice N°10:

Soit la fonction f définie par : f(x)= $\frac{x-1-\sqrt{x+1}}{x(x-3)}$. Déterminer $\lim\limits_{3} f(x)$ et $\lim\limits_{+\infty} f(x)$

Exercice N°11:

Soit la fonction f définie par: f(x)= $\frac{\sqrt{5x+1}-x-1}{\sqrt{x+4}-2}$.Déterminer $\lim\limits_{0} f(x)$,