LYCEE SECONDAIRE
9 AVRIL 1938
Sidi Bouzid

Series: 13
$3^{ème}$ année T & Sc

Exercice n°1:

Dresser le tableau de variation de chacune des fonctions suivantes. Puis préciser ces extrema

1- $f(x)=\dfrac{x^2+1}{x}$

2- f(x)= x^2-4x+3

3- $f(x)=\dfrac{x}{x^2+1}$

4- $f(x)=\dfrac{3x+1}{x-3}$

Exercice n°2:

I°// Soit f la fonction par: $f : x \mapsto -2x^3+3x^2-3$ .On désigne par ζf sa courbe

Représentative dans un plan muni d'un repère orthonormé $(o,\vec{i},\vec{j})$

1- Calculer $\lim\limits_{x\mapsto+\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\mapsto-\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\mapsto+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ et $\lim\limits_{x\mapsto-\infty} \dfrac{f(x)}{x}$

2- a) Montrer que f est dérivable sur IR et calculer f '(x)
b) Déterminer le signe de f'(x) pour tout x reels.

3- Ecrire une équation cartésienne de la tangente T à ζf au point d'abscisse $x_0=\dfrac{1}{2}$

II°// Soit g la fonction par: $g : x \mapsto \begin{cases} -2x^3+3x^2-3 \text{ si } x\le 1 \\ -2+(1-x)\sqrt{x} \text{ si } x>1 \end{cases}$.On désigne par ζg sa courbe

Représentative dans un plan muni d'un repère orthonormé $(o,\vec{i},\vec{j})$

1- Montrer que g est continue sur IR.

2- a) Etudier la dérivabilité de g à gauche en 1 puis interpréter graphiquement le Résultat
b) g est elle dérivable en 1?

3- Calculer $\lim\limits_{x\mapsto+\infty} g(x)$ et $\lim\limits_{x\mapsto+\infty} \dfrac{g(x)}{x}$

4- Pour x>1; calculer g'(x).

5- Dresser son tableau de variation.

Exercice n°3:

Soit f la fonction définie par:$f(x)$= $\begin{cases} \dfrac{(x-1)^2}{x-2} \; si \;\; x<1 \\ (x-1)\sqrt{x} \; si \text{ x} \ge 1 \end{cases}$. On désigne par C_f sa courbe représentative

dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$

1. Déterminer le domaine de définition de f
2. Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$
3. a. Pour x<0 déterminer les réels a et b pour que: $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x-2}$

   b. Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} [f(x)-x]$
4. a. Montrer que f est continue en 1

   b. Etudier la dérivabilité de f en 1
5. a. Calculer f '(x) pour x<1 et pour x>1

   b. Dresser le tableau de variation de f

Exercice n°4:

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$. Soient D la droite dont une équation cartésienne D:y=2x-3 et le point M (2,0)

1- Soit H(x,y) un point de la droite D. Exprimer en fonction de x la distance MH
2- Préciser le réel x tel que MH soit minimale déduire d(M,D) puis les cordonnées de H projeté orthogonale de M sur D.

Exercice n°5:

Un rectangle de périmètre constant 24m de dimension x et y

1- exprimer sa surface s en fonction de x.
2- Déterminer x pour que S soit Maximale.

Dénombrement

Exercice n°1:

Une urne contient 12 boules: 5 blanches, 4 noires et 3 vertes

On tire successivement et sans remise 3 boules de l'urne. Déterminer le nombre de possibilités d'avoir:

1. Exactement deux boules blanches
2. Au moins une boule noire
3. Au plus une boule blanche
4. une seule couleur
5. les trois couleurs
6. Exactement deux couleurs
7. la $1^{ère}$ boule tirée est blanche
8. la $2^{ème}$ boule tirée est noire
9. la $3^{ème}$ boule tirée est verte
10. La $1^{ère}$ boule blanche obtenue est la $2^{ème}$ boule tirée

Exercice n°2:

La même urne que celle de l'exercice n°1. On tire simultanément 3 boules de l'urne

1. Quel est le nombre de possibilités d'avoir au moins une boule noire?
2. Quel est le nombre de possibilités d'avoir exactement une seule couleur?
3. Quel est le nombre de possibilités d'avoir exactement les trois couleurs?
4. Déduire le nombre de possibilités d'avoir exactement deux couleurs

Exercice n°3:

Une urne contient n boules noires numérotées de 1 à n et n boules blanches numérotées de 1 à n. On tire simultanément n boules de l'urne.

1. Combien y a-t-il de tirages distincts?
2. Combien y a-t-il de tirages comprenant p boules noires $0 \leq p \leq n$?
3. Déduire de ce qui précède une écriture simple de la somme:

$$\left(C_n^0\right)^2+\left(C_n^1\right)^2+\left(C_n^2\right)^2+\ldots\ldots\ldots\ldots.+\left(C_n^n\right)^2$$

Exercice n°4:

Dans un plan, on donne n droites deux à deux sécantes et telles que trois quelconques d'entre elles ne soient pas concourantes.

1. Quel est le nombre des points d'intersection?
2. Quel est le nombre des triangles déterminés par les n droites?
3. Pour quelle valeurs de n le nombre de points d'intersection est-il égal au nombre de triangles?

Exercice n°5:

1. Dans un plan, on donne n points ($n \geq 3$) trois quelconques d'entre eux n'étant pas alignés.
   a. Combien ces points déterminent-ils de droites?
   b. Combien existe-t-il de triangles ayant leurs sommets en ces points?
2. Déterminer le nombre de diagonales d'un polygone convexe à n sommets?