

Exercice N°1

Soit la fonction  $f$  définie par :  $f(x) = x^3 + (m-1)x^2 + 3x + 1$  ( $m$  est un réel )

Déterminer  $m$  pour que  $f$  admette deux extrema.

Exercice N°2

Soit  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$

Déterminer les réels  $a$ ,  $b$ ,  $c$  pour que  $f$  admette un extremum pour  $x=1$  et pour que la droite d'équation  $y=7x+11$  soit tangente à  $C_f$  au point d'abscisse 2

Exercice N°3

Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = x^3 + 3x - 4$ .

1- a) Etudier les variations de la fonction  $f$ .

b) Montrer que la courbe représentative  $C_f$  de  $f$  admet un point d'inflexion  $I$  dont on déterminera les coordonnées.

c) Tracer la tangente  $T$  à  $C_f$  au point  $I$  puis étudier la position de  $C_f$  et  $T$ .

d) Tracer  $C$ .

2- En déduire la construction de la courbe représentative de la fonction  $|f|$

Exercice N°4

Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = x^3 - 3x + 2$

1- Etudier les variations de  $f$ .

2- a) Montrer que le point  $I(0,2)$  est un centre de symétrie de  $C$ .

b) Ecrire une équation de la tangente  $T$  à  $C$  au point  $I$  et étudier la position relative de  $C_f$  et  $T$ .

c) Tracer  $T$  et  $C_f$ .

3- Soit la fonction  $g$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $g(x) = |f(x) - 2|$

Montrer que la fonction  $g$  est paire puis tracer sa courbe  $C_g$  dans le même repère.

Exercice N°5

Doit la fonction  $f_m$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f_m(x) = -x^3 + (m-1)x^2 + 3mx - 7$ , avec  $m$  un réel .

On désigne par  $C_m$  la courbe représentative de  $f_m$  dans un repère orthonormé .

1- Montrer que toutes les courbes  $C_m$  passent par deux points fixes.

2- a) Déterminer  $m$  pour que la courbe  $C_m$  passe par le point  $I(1;-5)$

b) Tracer la courbe correspondante .

### Exercice N°6

On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$  et on désigne par  $C$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

1- a) Soit  $a$  un réel ; exprimer  $f(x)-f(a)$  en fonction de  $(x-a)$ .

b) Calculer  $f(-1)$  et en déduire que pour tout réel  $x$  , il existe deux réels  $a$  et  $b$  tels que :  
 $f(x)=(x+1)(x^2+ax+b)$

c) Déduire alors les solutions de l'équation  $f(x) = 0$ .

2- a) Montrer que  $C$  admet un point d'inflexion  $A$  .

b) Déterminer l'équation de la tangente  $D$  à  $C$  au point  $A$  et étudier la position de  $C$  et  $D$ .

c) Tracer  $C$  et  $D$ .

3- On appelle  $g$  la fonction définie par  $g(x)=|f(x)|$

a) Déterminer les domaines de continuité et de dérivabilité de  $g$  .

b) Tracer  $C_g$

4- Soit  $h$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $h(x)=f(|x|)$ . Tracer  $C_h$

### Exercice N°7

Soit la fonction  $f_m$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f_m(x)=x^3 + (m-1)x^2 + 2$  et on désigne par  $C_m$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

1- a) Etudier les variations de  $f_0$  et montrer que  $C_0$  est symétrique par rapport à un point  $A$  que l'on précisera .

b) Soit  $D$  la tangente à  $C_0$  au point  $A$  . Etudier les positions relatives de  $C_0$  et  $D$

Tracer  $C_0$  et  $D$

c) Déterminer le nombre de solutions de l'équation  $f_0(x) = a$  lorsque  $a$  varie .

2- a) Montrer que toutes les droites  $C_m$  passent par un point fixe que l'on déterminera.

b) Soient deux réels  $m$  et  $n$  distincts , montrer que  $C_m$  et  $C_n$  se coupent en un point unique que l'on précisera.

c) Etudier les variations de  $f_m$  .

d) Montrer que pour tout réel  $m$  ,  $C_m$  admet un point d'inflexion  $I_m$  .

e) Quel est l'ensemble des points  $I_m$  quand  $m$  varie ? Le représenter dans le même repère .

### Exercice N°8

On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = x^3 - x + 1$

1- a) Déterminer les variations de  $f$ .

b) Déterminer une équation de la tangente  $\mathbf{D}$  à  $C_f$  au point  $I$  d'abscisse nulle et déduire la position de  $C_f$  par rapport à  $\mathbf{D}$ .

2- Montrer que  $C_f$  admet  $I$  comme centre de symétrie.

3- On appelle  $g$  la fonction définie par  $g(x) = ax^2 + bx + c$ . Déterminer  $a, b$  et  $c$  pour que  $C_g$  ait pour sommet le point d'ordonnée le maximum relatif de  $f$  et passe par le point d'ordonnée le minimum relatif de  $f$ .

4- Représenter  $C_f$  et  $C_g$  relativement à un même repère.

5- On appelle  $D_m$  la droite d'équation  $y = mx$ .

a) Montrer que  $D_m$  coupe  $C_g$  en deux points  $A$  et  $B$  distincts.

b) Soit  $M(x, y)$  le milieu du segment  $[AB]$ . Déterminer l'ensemble des points  $M$  quand  $m$  varie

#### Exercice N°9

Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 3$ .

1- Etudier la fonction  $f$  et tracer sa courbe représentative  $C_f$  dans un repère orthonormé.

2- En déduire la représentation graphique de la fonction  $f$ .

#### Exercice N°10

Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 - 2$

1- Etudier la parité de  $f$  et dresser son tableau de variation sur  $\mathbb{R}_+$

2- On désigne par  $\mathbf{C}$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

Montrer que  $\mathbf{C}$  coupe l'axe des abscisses en deux points distincts que l'on déterminera.

3- Tracer  $\mathbf{C}$  et déterminer graphiquement le nombre de solutions dans  $\mathbb{R}$  de l'équation :  $f(x) = 0$

#### Exercice N°11

Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = -x^3 + x$

1- Etudier  $f$  et construire sa courbe  $\mathbf{C}$  dans un repère orthonormé.

2- Donner une équation de la tangente  $\mathbf{D}$  à  $\mathbf{C}$  au point  $I$  d'abscisse 0.

3- Etudier les positions relatives de  $\mathbf{C}$  et  $\mathbf{D}$ . Construire  $\mathbf{D}$

4- Montrer que  $I$  est un point d'inflexion de  $\mathbf{C}$

5-  $I$  est-il un centre de symétrie de  $\mathbf{C}$ ? Pourquoi?