Exercice N° 01 :

Calculer

❶ $\lim\limits_{x\to 4}\left(x\sqrt{x}+|x-5|-2\right)$; ❷ $\lim\limits_{x\to(-1)}\dfrac{3x^2}{x^4+1}$; ❸ $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-2}{\sqrt{1+\dfrac{1}{|x|}}}$; ❹ $\lim\limits_{x\to 2^+}\sqrt{\dfrac{x+2}{x-2}}$

❺ $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+x+1}}{x+3}$; ❻ $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x\sqrt{x}-1}{x^2-1}$; ❼ $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+1}-x}{\sqrt{x^2+1}-2x}$; ❽ $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{|x+4|}-2}{x}$

❾ $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x-2}-\sqrt{x}}{\sqrt{x-2}+\sqrt{x}}$; ❶⓿ $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{x^2-x}-\sqrt{2x-2}}{x^2-x-2}$; ❶❶ $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{1-\sqrt{x-1}}{x-2}$

❶❷ $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2-3x}+x-1\right)$; ❶❸ $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{1-\sqrt{x-1}}{x-2}$; ❶❹ $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x+\sqrt{x}}+\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}}$

❶❺ $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+\sqrt{x^4+5}}-x\right)$; ❶❻ $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}-\sqrt{x+\sqrt{x}}\right)$

❶❼ $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(x+1)^{2009}+(x+2)^{2009}+\cdots+(x+2009)^{2009}}{x^{2009}+2009^{2009}}$; ❶❽ $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{1-\sqrt{2-\sqrt{7-3x}}}{1-\sqrt{2-\sqrt{\dfrac{1}{5-2x}}}}$

Exercice N° 02 :

Soit $f(x)=2x\sqrt{\dfrac{x}{x-2}}-x$

1- Déterminer D_f

2- Déterminer : $\lim\limits_{x\to\pm\infty}f(x)$; $\lim\limits_{x\to 2^+}f(x)$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-x\right)$; $\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{f(x)}{x}$

Exercice N° 03 :

Soit $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x+2-\sqrt{x^2+4}}{x} & \text{si } x\neq 0\\ m & \text{si } x=0\end{cases}$; $m\in\mathbb{R}$

Déterminer m pour que f soit continue en 0.

Exercice N° 04 :

Soit $f(x)=\dfrac{1-E(x)}{x^3-|x|}$

1- Déterminer D_f (le domaine de définition de f).

2- Calculer $\lim\limits_{x\to 0}f(x)$

3- Etudier la limite de f en 1.

Exercice N° 05 :

Soit $f(x)=\begin{cases} -1+\dfrac{\sqrt{x^2+1}-1}{x} & \text{si } x<0 \\ 1+\dfrac{x^2+3x}{x+1} & \text{si } x>0 \\ 0 & \text{si } x=0 \end{cases}$

1- Etudier la continuité de f en 0.

2- Soit g la fonction définie par $g(x)=|x|\times f(x)$

a) Montrer que g est continue en 0.

b) Calculer $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{g(x)}{x}$

Exercice N° 06 :

Soit f la fonction définie par $f(x)=\sqrt{4x^2+x+1}-2x+1$ et $(\mathscr{C})$ sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormé.

1- Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et interpréter graphiquement le résultat obtenu.

2- a) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

b) Montrer qu'il existe deux réels a et b tels que :

$\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}=a$ et $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-ax\right]=b$.

Déterminer alors $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-(ax+b)\right]$

Déduire que $(\mathscr{C})$ admet une asymptote oblique (Δ) dont on précisera son équation Cartésienne.

Exercice N° 07 :

Soit f une fonction continue sur $[a,b]$ tels que : $f(a)>ab$ et $f(b)<b^2$.

Montrer qu'il existe $c\in[a,b]$ tel que $f(c)=bc$.

Exercice N° 08 :

Soit $f(x)=\begin{cases} \dfrac{2x-5}{x+4} & \text{si } -4<x\le 4 \\ \dfrac{x-\sqrt{5x-4}}{x-4} & \text{si } x>4 \end{cases}$

1- Déterminer le domaine de définition de f.

2- Montrer que f est continue sur $]-4,4]$ et sur $]4,+\infty[$.

3- Etudier la continuité de f en 4.

4- Montrer que l'équation $f(x)=\dfrac{1}{2}$ admet une solution $\alpha\in[7,10]$.

5- Déterminer la valeur exacte de α.

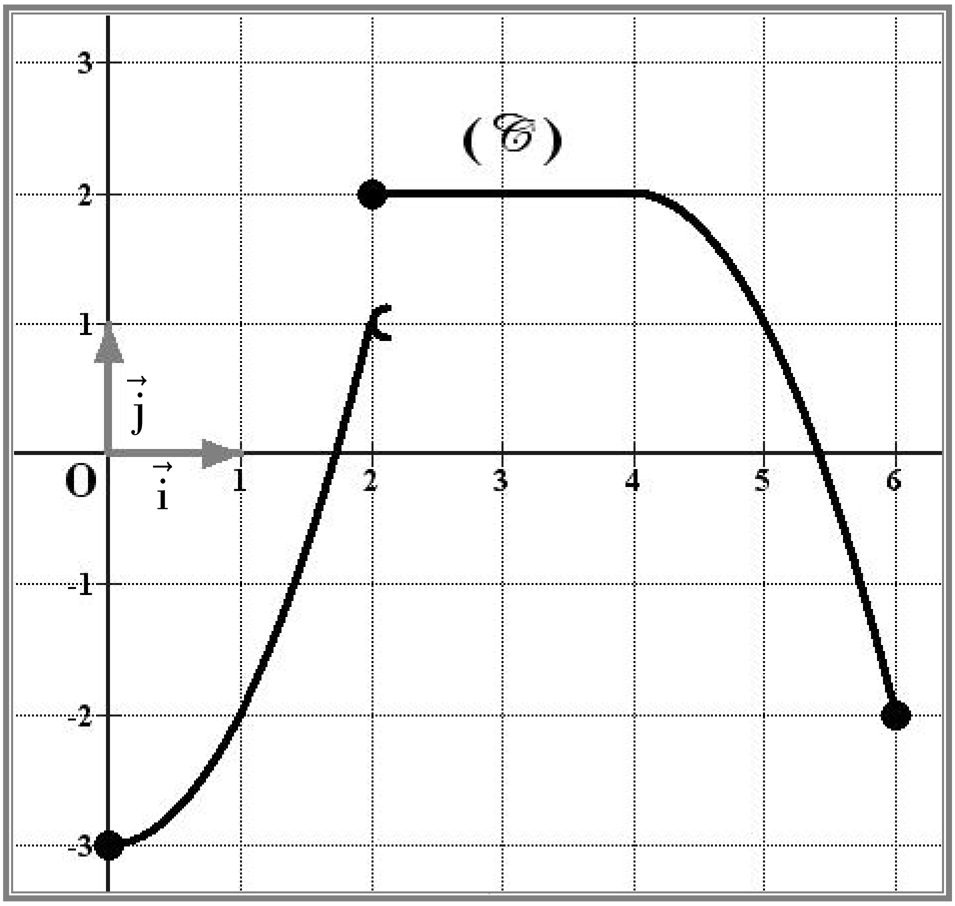
Exercice N° 09 :

Soit $f(x)=\dfrac{x^2+E\left(\frac{x}{2}\right)}{x+1}$

Etudier la continuité de f en 1 et en 2.

Exercice N° 10 :

La figure ci-dessous est la représentation graphique d'une fonction f.



1- Déterminer graphiquement :

a) D_f (le domaine de définition de la fonction f).

b) $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$; $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)$; $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)$; $\lim\limits_{x\to 3} f(x)$

c) Les intervalles où f est continue.

d) $f([0,2])$ et $f([1,4])$

2- Résoudre graphiquement l'inéquation : $-2 < f(x) < 2$

3- soit $h(x)=\begin{cases} \dfrac{\sqrt{10x^2-6x+1}-1}{x} & \text{si } x<0 \\ f(x) & \text{si } 0\le x\le 6 \\ \dfrac{2x^2-13x+6}{x^2-5x-6} & \text{si } x>6 \end{cases}$

a) Montrer que h est continue sur $]-\infty,0[$ et sur $]6,+\infty[$.

b) Montrer que pour tout $x<0$, on a : $h(x)=\dfrac{10x-6}{\sqrt{10x^2-6x+1}+1}$.

c) Etudier la continuité de h en 0 et en 6.

d) Montrer que h est majorée sur $\mathbb{R}$.

Exercice N° 11 :

Soient f et g deux fonctions définies sur $\mathbb{R}$ et vérifiant pour tout réel x :

$f(-x)+2f(x)=g(x)$ où g est une fonction paire.

1- a) Montrer que f est paire .

b) En déduire que $f(x)=\dfrac{g(x)}{3}$

2- On suppose que $f(x)=x^4-2x^2$

a) Montrer que l'équation $f(x)=-\dfrac{1}{2}$ admet une solution α avec $\alpha\in[1,2]$

b) Donner une valeur approchée de α à 10^{-1} prés.

Exercice N° 12 :

Soit $f(x)=\dfrac{x^2-3x+2}{x+2}$

1- Déterminer D_f.

2- On se propose de déterminer les réels a , b et c tels que :

$f(x)=a\,x+b+\dfrac{c}{x+2}$; $\forall x\in D_f$.

a) Calculer $\lim\limits_{x\to-2}(x+2)f(x)$ et en déduire la valeur de c.

b) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}$ et en déduire la valeur de a.

c) Calculer $f(0)$ et en déduire la valeur de b.

d) En déduire que (ξ_f) admet une asymptote oblique (Δ) dont on donnera une équation.

e) Etudier la position relative de (ξ_f) et (Δ).

3- Dresser le tableau de variation de f.

4- Construire (ξ_f) dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.