Prof : Chortani Atef	Plan et Sphère
3 Math+4 Sc	

Exercice N°1 :

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé R = $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, on considère les points : A(1, 1, 1), B(0, 1, -1) et C(-1, 0, 1) et le plan P : x – z +3 = 0.

1) a) Calculer $\overrightarrow{OA}\wedge\overrightarrow{OB}$ et en déduire que les points O, A et B déterminent un plan Q

b) En déduire qu'une équation cartésienne du plan Q est : 2x – y – z = 0.

2) a) Montrer que les plans P et Q sont sécants selon une droite Δ dont on déterminera une représentation paramétrique.

b) Calculer d(C, Δ)

3) a) Ecrire une équation cartésienne de la sphère S de centre I(1,0,1) et de rayon 1

b) Montrer que S$\cap$Q est un cercle dont on précisera le centre ω et le rayon r.

EXERCICE N°2 :

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé R=$(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ on considère les points A(1, 2, -1) et B(2, 1, 1)

1) Trouver une équation du plan Q passant par A et perpendiculaire à la droite (AB)

2) Soit P_m le plan d'équation : x + y + m -3 = 0, où m est paramètre réel.

a) Montrer que la droite (AB) est parallèle au plan P_m.

b) Pour quelle valeur de m la droite (AB) est-elle incluse dans le plan P_m ?

c) Montrer que le plan P_m est perpendiculaire au plan Q

3) Soit A' et B' les projetés orthogonaux de A et B sur le plan P_m

Déterminer les valeurs de m pour que ABB'A' soit un carré.

4) On prend m = $2\sqrt{3}$

a) Calculer la surface du quadrilatère ABB'A'.

b) Calculer la distance du point O au plan (ABB').

c) En déduire le volume du pyramide OABB'A'.

Exercice N°3

L'espace est rapporté à un repère cartésien $(o\,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

On donne $A(1,1,2)$; $B(1,2,-1)$; $C(0,-1,2)$ et $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\-5\\2\end{pmatrix}$

1/ Déterminer les représentations paramétriques des droites suivantes : (AC) et la droite D passant par B et de vecteur directeur $\vec{u}$

2/ Montrer que les droites D et (AC) ne sont pas coplanaires

3/ Soit P le plan dont une équation cartésienne : $2x-y+z+1=0$

Déterminer les intersections suivantes : $P\cap(AC)$ et $P\cap D$

4/a) Donner une équation cartésienne du plan Q passant par A et $\perp$ à (AC)

b) Donner une représentation paramétrique de la droite $\Delta=P\cap Q$

Exercice n°4

L'espace étant rapporté à un repère orthonormé $(0,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

On considère la famille des plans P_m : (m+1) x + (3-m) y + (5 – 2m) z + 3m -1 = 0. où m est un paramètre réel.

1) Vérifier que les points I(-2,1,0) et J(-1, -6,4) appartiennent à P_m, $\forall m \in IR$

2) En déduire que tous les plans P_m contiennent une droite Δ dont on donnera les équations paramétriques

3) Soit le plan Q : x – y – 2z + 3 = 0.

a) Déterminer une équation cartésienne du plan Q' de la famille des plans P_m perpendiculaires à Q.

b) Montrer que Δ est incluse dans Q.

c) En déduire que $Q' \cap Q = \Delta$

4) Soit le poins A (1, 2,-1) et D la droite dont une représentation paramétrique est

$$D: \begin{cases} x = \alpha - 1 \\ y = -\alpha \\ z = -2\alpha + 2 \end{cases}$$

- Déterminer les coordonnées du point H projeté orthogonal de A sur D
- En déduire la distance du point A à la droite D.

EXERCICE N°5

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ on considère les points A(1, 0, 0) , B(1, -1, 0), C(1+cosθ, -1, sinθ) et D(0, -1, 0)

1) Montrer que ABD est un triangle rectangle en B.

2) Soit S : l'ensemble des points M(x, y, z) tel que : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y + 1 = 0$

a) Montrer que S est la sphère de centre B et de rayon 1.

b) Vérifier que C et D sont deux points de S.

c) Pour quelles valeurs de θ, [CD] est un diamètre de S.

3) Soit Q le plan d'équation : x – y + z – 1 = 0.

a) Montrer que (AD) est incluse dans Q.

b) Montrer que $S \cap Q$ est un cercle (ζ) dont on précisera le centre et le rayon.

4) Soit le plan P_θ : (cosθ) x + (sinθ) z - cosθ -1 = 0.

a) Montrer que (AB) est parallèle à P_θ.

b) Montrer que P_θ est tangent à S en C.