Prof : Chortani Atef	Rotation
3 Math	

EXERCICE N°1 :

ABCD est un carré indirect, on construit les triangles équilatéraux directs BCI et DCJ.

1) Soit E le point tel que AEC soit équilatéral direct.

Montrer que B, D et E sont alignés.

2) En déduire que A, I et J sont alignés.

EXERCICE N°2 :

ABC est un triangle de sens direct. Extérieurement à celui-ci on construit les carrés ACDE, BAFG et CBHI.

1) a) Déterminer une mesure de l'angle de la rotation r de centre C qui envoie A en D.

b) Déterminer r(I). En déduire que (AI) et (BD) sont perpendiculaires.

2) Montrer que (CG) et (AH) sont perpendiculaires.

EXERCICE N°3 :

ABCD est carré de centre O tel que $(\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DC}) \equiv \pi / 2 [2\pi]$

Soit E un point du segment [AB] et F un point du segment [CB] tel que BF = AE

Les droites (AF) et (EC) se coupent en M.

1) Montrer que (AF) est perpendiculaire à (ED) et que (DF) est perpendiculaire à (EC)

2) Montrer alors que (DM) est perpendiculaire à (EF).

EXERCICE N°4 :

Le plan est orienté dans le sens direct.

On considère un carré ABCD tel que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) \equiv \pi / 2 [2\pi]$ et I le milieu de [BC].

Les droites (AI) et (DC) se coupent en J.

La perpendiculaire à (AI) passant par A coupe la droite (BC) en M et la droite (CD) en N.

Soit R la rotation de centre A et d'angle $\pi / 2$.

1) Déterminer l'image de B puis l'image de la droite (BC) par R.

2) Déterminer l'image de la droite (AM) par R. En déduire R(M)

3) Montrer ainsi que R(I) = N

4) a) Montrer qu'il existe une unique rotation r tel que r(A) = C et r(D) = J

b) Préciser le centre et l'angle de r.

EXERCICE N°5 :

Soit ABCD est un carré de centre I tel que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) \equiv \pi / 2 [2\pi]$

1) a) construire le point I' tel que I' = $R_{(A, \pi/2)}$ (I).

b) Montrer que (BI) $\perp$ (DI')

c) Un point variable M décrit la droite (BC).

Quel est l'ensemble des points M' images de M par $R_{(A, \pi/2)}$?

2) Soit le point I_1 définie par $R_{(A, \pi/4)}(I_1)$ = I. Construire I_1

Soit I'' = $S_A(I_1)$. Quelle est la rotation R qui transforme I_1 en I' et I en I'' ?

3) Montrer qu'il existe une rotation R qui transforme I' en I et A en C. Préciser le centre et l'angle de R.

EXERCICE N°6 :

ABCD est un carré tel que : $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}) \equiv \pi/2[2\pi]$

On construit le triangle équilatéral BEC tel que $(\overrightarrow{BE},\overrightarrow{BC}) \equiv \pi/3[2\pi]$

1) Construire l'ensemble Γ = {M$\in P$; $(\overrightarrow{MC},\overrightarrow{MA}) \equiv 2\pi/3[2\pi]$}

2) Construire le point ω tel que Aω = Cω et $(\overrightarrow{\omega C},\overrightarrow{\omega A}) \equiv 2\pi/3[2\pi]$

3) Soit r la rotation de centre ω et d'angle $2\pi/3$. Montrer que r(E) = D.

EXERCICE N°7 :

ζ et ζ ' sont deux cercles isométriques de centres respectifs O et O' et sécants en deux points A et B

Soit R la rotation de centre A qui envoie O en O'.

1) a) Soit M un point de ζ distinct de A et M' = R(M)

Montrer que les points M, B et M' sont alignés.

b) En déduire une construction à la règle de l'image d'un point de ζ distinct de A et B

2) On note B' = R(B). Montrer que (BB') est tangente à ζ en B.

EXERCICE N°8 :

Soit un carré ABCD de centre O tel que $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}) \equiv \pi/2[2\pi]$

P est un point du segment [BC] distinct de B. Q est le point d'intersection des droites (AP) et (CD)

La perpendiculaire Δ à (AP) passant par A coupe (BC) en R et (CD) en S.

Soit r = $r_{(A,\pi/2)}$

a) Préciser l'image par r de la droite (BC).

b) Déterminer les images par r de R et P.

c) En déduire la nature du triangle RAQ et PAS.

EXERCICE N°9 :

Soit R=$(o,\vec{i},\vec{j})$ un repère orthonormé du plan

Soit R la rotation de centre Ω(-2,1) et d'angle $\pi/3$.

1) Soit M (x,y) et M'(x',y') deux points du plan tels que R(M) = M'

On pose (X, Y) et (X', Y') les coordonnées respectives de M et M' dans le repère R' = $(\Omega,\vec{i},\vec{j})$

Exprimer X et Y en fonction de x et y ainsi que X' et Y' en fonction de x' et y'

2) Soit (r,θ) les coordonnées polaires de M dans le repère R'.

a) Déterminer les coordonnées polaires de M' dans le repère R'.

b) Exprimer X, Y, X' et Y' en fonction de r et θ.

c) En déduire l'expression de X' et Y' en fonction de X et Y.

d) Donner alors l'expression analytique de la rotation R dans le repère R=$(o,\vec{i},\vec{j})$

3) Soit la droite D d'équation : x – y -1 = 0 dans le repère R=$(o,\vec{i},\vec{j})$.

Donner une équation dans R=$(o,\vec{i},\vec{j})$ de la droite D' image de D par R.