

### 3M série1(limite et continuité)

**Exercice1** Soit  $f(x) = \begin{cases} x^2 \sqrt{-x} + 2x - 1 & \text{si } x \in ]-\infty, 0[ \\ \frac{(m+1)x^3 - 3x + m^2}{x-1} & \text{si } x \in [0, 1[ \\ \sqrt{x^2 - 1} + 4 - x & \text{si } x \in [1, +\infty[ \end{cases}$

- 1) Montrer que  $D_f = \mathbb{R}$ .
- 2) Déterminer  $m$  pour que  $f$  soit continue en 0.
- 3)  $m \in \{-2, 1\}$ 
  - a) Étudier la limite de  $f$  à gauche de -1.
  - b) Étudier la continuité de  $f$  en 1.
  - c)  $f$  est-elle continue sur  $\mathbb{R}$  ?

**Exercice 2** Soit  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{-x-1} + 3 + a & \text{si } x \in ]-\infty, -1[ \\ \frac{2x^3 + 5x^2 - 2x - 5}{x-1} & \text{si } x \in [-1, 1[ \\ \frac{x^2 + 7x + 6}{x+1} & \text{si } x \in [1, +\infty[ \end{cases}$

- 1) Déterminer  $D_f$
- 2) Étudier suivant  $a$  la continuité de  $f$  en -1.
- 3) Pour  $a=0$  ; Étudier la continuité de  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .

#### Exercice3

Soit  $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{\sqrt{x+1} - 1} & \text{si } x > 0 \\ 2 & \text{si } x = 0 \end{cases}$

- 1) Montrer que  $f$  est continue sur  $[0, +\infty[$ .
- 2) Montrer que  $f$  est croissante sur  $[0, +\infty[$ .
- 3) Déterminer  $f([0, 2])$ .
- 4) Montrer que  $f$  est bornée sur  $[0, 2]$ .

#### Exercice4

Soit  $g(x) = \frac{x^{2n} - 2x^n + (n+1)x^2 - (2n+2)x + 2 + n}{(x-1)^2}$  ;  $n$  un entier non nul

- 1) Vérifier que  $x^n - 1 = (x-1)(x^{n-1} + x^{n-2} + \dots + 1)$ .
- 2) Simplifier alors  $g$ .
- 3) Montrer que  $g$  admet un prolongement par continuité en 1