

### 3M serie (trigonométrie)

#### Exercice1

Soit  $A=1+\cos 2x+\sqrt{3} \sin 2x$

- 1) Montrer que  $2\sin(x+\pi/6)=\cos x + \sqrt{3} \sin x$ .
- 2) En déduire que  $A=4\cos x \sin(x+\pi/6)$ , puis déduire la valeur de  $\cos(\pi/12)$ .
- 3) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  puis dans  $[-\pi, \pi]$  :  $A=0$ .

#### Exercice2

Soit  $B=\frac{\sin 4x}{4 \sin x}$

- 1) Pour quelles valeurs de  $x$   $B$  existe.
- 2) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  :  $B=0$
- 3) Montrer que  $B=\cos x \cos 2x$ .
- 4) Montrer que  $\cos(\pi/5) \cdot \cos(2\pi/5)=1/4$

#### Exercice3

1) Montrer que  $\sin^4 x + \cos^4 x - 1/4 \cos 4x = 3/4$

2) Simplifier alors

$$S = \cos^4 x + \cos^4(x+\pi/6) + \cos^4(x+2\pi/6) + \cos^4(x+3\pi/6) + \cos^4(x+4\pi/6) + \cos^4(x+5\pi/6)$$

#### Exercice4

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  puis dans  $[0, 2\pi]$

1)  $2\sin^2 x - (\sqrt{3}+1)\sin x + \sqrt{3}/2 = 0$ .

2)  $\sin x = \cos x$

3)  $4\cos^2 x = 1$

4)  $\sin x + \cos x = 1$

5)  $(2\sin x - 1)(2\sin x + \sqrt{3}) < 0$

6)  $(\tan x - 1)(\tan x + 1) \leq 0$

#### Exercice5

1) Résoudre dans  $[0, \pi]$  :  $\cos 4x = 0$ .

2) Montrer que  $\cos 4x = \sin^4 x - 6\sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x$

3) On pose  $A = \frac{\cos 4x}{\cos^4 x}$

a) Exprimer  $A$  en fonction de  $\tan x$

b) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  :  $X^4 - 6X^2 + 1 = 0$

c) En déduire les valeurs de  $\operatorname{tg}(\pi/8)$  et  $\operatorname{tg}(3\pi/8)$

#### Exercice6

1) Soit  $f(x) = 2\cos^2 x - 9\cos x + 11$

a) Calculer  $f(x)$  pour :  $x = 3\pi$  ;  $x = 151\pi/3$  et  $x = -41\pi/3$

b) Montrer que pour tout  $x$  de  $\mathbb{R}$  :  $f(x) > 0$