Mr : Khammour.K ***<u>Série n°1</u>*** : ***<u>Généralité sur les fonctions</u>*** 3$^{\text{éme}}$ Math

QCM :

Cocher la bonne réponse :

1) Soit la fonction $g(x) = \frac{x^2-4x+3}{|x-1|-2}$ alors g définie sur :
   a) $\mathbb{R}_{\setminus\{-1,3\}}$ b) $\mathbb{R}_{\setminus\{2\}}$ c) $\mathbb{R}_{\setminus\{1,2\}}$
2) Soit la fonction $f(x) = \frac{x^2-1}{\cos x}$ alors f est :
   a) Pair b) $f(-x) = f(x)$ c) impair
3) Soit la fonction $f(x) = x^2 - 6x + 4$ alors :
   a) $f(x) = (x-3)^2 - 5$ b) $f(x) = (x-3)^2 + 5$ c) $(x-3)^2$
4) Soit la fonction f(x)=cos(x) +1 alors f est :
   a) Bornée b) f est non bornée c) f est non majoré
5) Soit $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$ alors f est
   a) Croissante b) décroissante c) f est définie sur $\mathbb{R}^*$
6) Soit $-1 \leq x \leq 0$ alors E[x] est égale à
   a) 2 b) -1 c) $\frac{1}{2}$

<u>Exercice n°1 :</u>

Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes :

1) $f(x) = \frac{\sqrt{x+8}}{x^4-2x^2+1}$ 2) $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{\cos(x)}$ 3) $f(x) = \frac{x^2-x+4}{2x-3}$ 4) $\sqrt{|x+9|} - 5x$

1) $f(x) = \frac{E[x]+1}{x^4-2x^2+1}$ 7) $f(x) = \frac{x-1}{x^4-2x^2+1}$ 8) $f(x) = \sqrt{x^2-1} + 10x$

<u>Exercice n°2 :</u>

On considère la fonction $f(x) = \frac{(1-x^2)^2}{1+x^2}$

1) Déterminer l'ensemble de définition de f.
2) Minorer f sur $\mathbb{R}$.
3) Etudier la parité de f.
4) Tracer dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ la courbe représentative de f sur [-3,3]
5) Donner par lecture graphique la valeur maximum de la fonction f sur :
   a-l'intervalle [-1,1] b-l'intervalle [-2,1]

<u>Exercice n°3 :</u>

Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{\sqrt{x-3}-2}{\sqrt{x-3}+2}$

1) Déterminer l'ensemble de définition de f.
2) Montrer que f est continue sur son domaine de définition.
3) Montrer que f admet un minimum en 3.
4) Montrer que f est majoré par 1.
5) Montrer que l'équation $f(x) = -x + 3$ admet dans]3,4[au moins une solution α.

Exercice n°4 :

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)$ =2x^2+bx-1

1) Justifier la continuité de f sur $\mathbb{R}$.
2) a-Déterminer l'expression de f sachant que f (-1)=0.
   b-simplifier f.
3) On considère la fonction $g(x) = \frac{f(x)}{x+1}$
   a-Déterminer le domaine de définition de g
   b- g est-elle continue sur $\mathbb{R}$.
4) On considère la fonction h(x)=$\frac{g(x)}{x+\frac{1}{2}}$
   Déterminer le domaine de définition et de continuité de h.

Exercice n°5 :

On considère une fonction f définie sur un intervalle I= [$\frac{-1}{2}$,3] par $f(x)$ =ax^3+bx^2+c

1) Déterminer l'expression de f sachant qu'elle admet un maximum en 0 égale à -1 et admet un minimum en 1 égale à -2.
2) Soit $g(x) = \frac{f(x)}{x-1}$
   a-Déterminer le domaine de définition de g.
   b-Déterminer le domaine de continuité de g.

Exercice n°6 :

Soit la fonction g définie par $g(x)$ =x(1-x) sur $\mathbb{R}$

1) Démontrer que g est majoré par $\frac{1}{4}$ sur $\mathbb{R}$.
2) En déduire que la fonction g admet un maximum en x=$\frac{1}{2}$.
3) Démontrer que $g(x) = \frac{1}{4}$ -(x-$\frac{1}{2}$)^2 puis étudier ses variation sur $\mathbb{R}$

Exercice n°7 :

On considère la fonction $f(x)$= x-E[x]

1) Expliciter $f(x)$ pour $0 \leq x < 1$ puis pour $1 \leq x < 2$ et enfin $-1 \leq x < 0$
2) Si x est tel que $n \leq x < n+1$ (avec $n \in \mathbb{Z}$) définir $f(x)$.
3) Représenter graphiquement $f(x)$ sur [-1,2]
4) Montrer que f est périodique de période 1.

Exercice n°8 :

1) Soit $f(x)$ = cos(x) + sin(x) .Montrer que f est borné
2) Soit $f(x) = \frac{2x}{x^2-|x|+1}$. Montrer que f définie sur $\mathbb{R}$