Lycée secondaire Nassrallah	Devoir de CONTRÔLE n°1 Mathématiques	Prof : M^r Selmi Sofiène
Classe : 4 T	Durée : 2h	Date :13-11-2008

Exercice n°1 (4 points)

Chaque proposition possède une seule réponse exacte. Relever la bonne réponse :

1) **Le nombre complexe 1 + i est une racine cubique de :**

$\boxed{a}$ 2i - 2. $\boxed{b}$ 3i + 3. $\boxed{c}$ 2i + 2. $\boxed{d}$ 3 – 3i.

2) **L'image de l'intervalle** $[-2\,,\,1[$ **par la fonction** $f : x \to x^2 + 2x - 1$ **est :**

$\boxed{a}$ $]-1\,,\,1]$. $\boxed{b}$ $[-1\,,\,2[$. $\boxed{c}$ $]-2\,,\,1]$. $\boxed{d}$ $[-2\,,\,2[$.

3) $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{x+1} - x$ **est égale à:**

$\boxed{a}$ $+\infty$. $\boxed{b}$ $-\infty$. $\boxed{c}$ 0. $\boxed{d}$ 2.

4) **La fonction f définie sur IR par** $\begin{cases} f(x) = \sqrt{x} - 1 & \text{si } x > 0 \\ f(x) = x^2 - 1 & \text{si } x \le 0 \end{cases}$ **est dérivable :**

$\boxed{a}$ en 0. $\boxed{c}$ seulement à gauche en 0.
$\boxed{b}$ seulement à droite en 0. $\boxed{d}$ ni à droite à ni à gauche en 0.

Exercice n°2 (6 points)

On considère la fonction f définie sur IR par : $\begin{cases} f(x) = \sqrt{x-1} + 1 & \text{si } x \ge 1 \\ f(x) = 2x^3 + 3x - 4 & \text{si } x < 1 \end{cases}$.

Soit ζ **sa courbe représentative relativement à un repère** $(O\,,\,\vec{i}\,,\,\vec{j})$.

1) **Etudier la continuité de f en 1.**
2) **a- Etudier la dérivabilité de f sur IR.**
   b- f est-elle dérivable en 1 ? Donner alors l'équation de la tangente ou de chacune des demi-tangentes à la courbe ζ **au point d'abscisse 1.**
3) **a- Montrer que l'équation f(x) = 0 possède une solution** $\alpha \in]0\,,\,1[$.
   b- Donner un encadrement d'amplitude 0,25 de α.
4) **Déterminer** $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ **et** $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ **et interpréter géométriquement les résultats.**

Exercice n°3 *(4,5 points)*

On considère l'équation (E) : $z^2 + 2(1 - i)e^{i\theta}.z - 4ie^{2i\theta} = 0$ **où z est un nombre complexe et** θ **est un réel.**

1) **résoudre dans** $\mathbb{C}$ **l'équation (E).**
   Donner les solutions sous forme exponentielle.
2) **On considère dans le plan complexe P rapporté à un repère orthonormé direct, les points** M_1 **et** M_2 **d'affixes respectifs** $z_1 = -2e^{i\theta}$ **et** $z_2 = 2ie^{i\theta}$**.**
   a- **Calculer** $\dfrac{z_2}{z_1}$**.**
   b- **En déduire que le triangle** OM_1M_2 **est un triangle rectangle et isocèle.**
3) **Soit** $Z = \sqrt{2} + \dfrac{z_1 \times z_2}{2\sqrt{2}}$ **et le point M(Z).**
   Déterminer l'ensemble des points M du plan P lorsque θ **décrit** $\left[0\,,\,\dfrac{\pi}{2}\right]$**.**

Exercice n°4 *(5,5 points)*

Dans le plan complexe P muni d'un repère orthonormé direct $(O\,,\,\vec{u}\,,\,\vec{v})$**, on considère les points A(-i) et B(-2). Soit l'application f de P\{B} dans P qui a tout point M(z) associe le point M'(z') tel que :** $z' = \dfrac{z+2}{iz - 1}$**.**

1) **Déterminer l'ensemble des points M du plan tel que z' est imaginaire pur.**
2) **a- Montrer que** $|z' + i| = \dfrac{\sqrt{5}}{AM}$**.**
   b- Sur quel ensemble vari le point M', lorsque M décrit le cercle de centre A et de rayon 1 ?
3) **On suppose que** $z \neq -i$ **et** $z \neq -2$**.**
   a- Montrer que : $\left(\widehat{\vec{u}\,,\,\overrightarrow{OM'}}\right) \equiv -\dfrac{\pi}{2} + \left(\widehat{\overrightarrow{AM}\,,\,\overrightarrow{BM}}\right)\ [2\pi]$**.**
   b- A quel ensemble appartient le point M', lorsque M se déplace sur le segment [AB] ?