

<u>Lycée H. Souk 1 Jerba</u>	<u>Devoir de contrôle N : 1</u>	<u>3 Technique 4</u>	<u>Nom :</u>
<u>Prof : Loukil Mohamed</u>	<u>Durée : 2 Heures</u>	<u>15 Nov 2013</u>	<u>Prénom :</u>

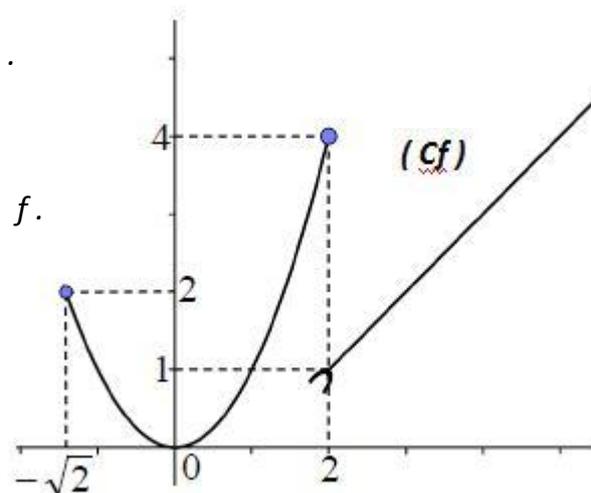
EXERCICE N : 1 (3 points)

Répondre par vrai ou faux .

- 1) Si f admet une limite en un réel x_0 alors f est continue en x_0 .
- 2) Si f est continue à gauche et à droite du réel x_0 alors f admet une limite en x_0 .
- 3) Si f est continue sur chacun des intervalles $[1 ; 2]$ et $] 2 ; 3]$ alors f est continue sur $[1 ; 3]$.
- 4) Si $f(x) \leq 3$ pour tout $x \in D_f$ alors 3 est un maximum absolu de f sur D_f .
- 5) La fonction: $x \rightarrow x\sqrt{\frac{1}{x^2}}$ n' a pas de limite en 0 .
- 6) Si la fonction $|f|$ est continue sur \mathbb{R} alors f est continue sur \mathbb{R} .

EXERCICE N : 2 (8 points)

La courbe ci-contre est la représentation graphique d'une fonction f .



- 1) Déterminer le domaine de définition de f .
- 2) Déterminer le domaine de continuité de f .
- 3) Préciser le(s) extrema de f et leur nature .
- 4) Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{f(x)}$.
- 5) Déterminer l'ensemble des réels m pour lesquelles l'équation : $f(x) = m$ admet exactement deux solutions .

6) On donne :
$$g(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 - 2} + x & \text{si } x < -\sqrt{2} \\ f(x) & \text{si } -\sqrt{2} \leq x \leq 2 \\ \frac{x^2 + (\alpha - 2)x - 2\alpha}{x - 2} & \text{si } 2 < x \end{cases} \quad \text{où } \alpha \text{ paramètre réel .}$$

On désigne par **(Cg)** sa courbe représentative dans le repère orthonormé $R(O, \vec{i}, \vec{j})$.

- a) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$.
- b) Etudier la limite de g en $(-\sqrt{2})$.
- c) g est elle continue en $(-\sqrt{2})$? Justifier la réponse .
- d) Déterminer le réel α pour que g soit continue en 2 .

EXERCICE N : 3 (2.25 points)

Pour chacune des questions suivantes cocher la seule réponse correcte .

1) Le plan est orienté, $(\overline{AB}; \overline{AC}) \equiv \frac{2014\pi}{2013} [2\pi]$. La mesure principale de $(\overline{AB}; \overline{AC})$ est :

$\frac{\pi}{2013}$

$-\frac{2012\pi}{2013}$

$\frac{2012\pi}{2013}$

2) $\cos\left(\frac{11\pi}{2}\right) \sin\left(\frac{\pi}{12}\right) =$

$\frac{1}{4}$

$-\frac{1}{4}$

0

3) Le plan est orienté, si $(\overline{u}; \overline{v}) \equiv \frac{3\pi}{7} [2\pi]$ alors :

$(3\overline{v}; -2\overline{u}) \equiv -\frac{4\pi}{7} [2\pi]$

$(3\overline{v}; -2\overline{u}) \equiv \frac{4\pi}{7} [2\pi]$

$(3\overline{v}; -2\overline{u}) \equiv -\frac{3\pi}{7} [2\pi]$

EXERCICE N : 4 (6.75 points)

I) Soit $A(x) = \sin(\pi + x) \cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) - \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) \sin\left(\frac{5\pi}{2} - x\right)$. Montrer que $A(x) = \cos(2x)$.

II) Soit $f(x) = \cos(2x) - \sin(2x) + 1$.

1) a) Calculer $f\left(\frac{\pi}{8}\right)$, $f\left(-\frac{\pi}{8}\right)$ et $f\left(\frac{\pi}{12}\right)$.

b) Justifier que la fonction f n'est ni paire et ni impaire .

2) a) Montrer que : $f(x) = 2 \cos x (\cos x - \sin x)$.

b) Résoudre dans $[0, 2\pi]$ l'équation : $f(x) = 0$.

3) Soit $g : [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$; $x \mapsto g(x) = \frac{\cos(2x)}{f(x)}$.

a) Déterminer le domaine de définition D_g de g .

b) Montrer que pour tout $x \in D_g$; $g(x) = \frac{1 + \operatorname{tg} x}{2}$. « On peut utiliser $\cos(2x) = \cos^2 x - \sin^2 x$ »

c) Calculer $g\left(\frac{\pi}{12}\right)$ puis déduire que : $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{12}\right) = 2 - \sqrt{3}$.

Bon travail. 