

### Exercice n°1(3pts)

Soit f la fonction définie sur IR par  $f(x) = -x^2 + 2x$

- 1)Vérifier que  $f(x) = -(x-1)^2 + 1$  pour tout réel x.
- 2)Etudier les variations de f sur  $] -\infty, 1]$  et sur  $[1, +\infty[$ .
- 3)Montrer que f admet un maximum sur IR que l'on précisera.

### Exercice n°2(8pts)

On considère la fonction g définie par  $g(x) = \frac{\sqrt{1+x}-1}{x}$ . Soit  $C_g$  sa représentation graphique dans un repère du plan.

- 1)Déterminer  $D_g$  l'ensemble de définition de la fonction g.
- 2)Déterminer  $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} g(x)$ .
- 3)Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ . Interpréter graphiquement le résultat obtenu.
- 4)Déterminer  $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$
- 5)Soit h la fonction définie sur IR par :

$$h(x) = \begin{cases} g(x) - a & \text{si } x \in [1; 2[ \\ \frac{x^3 - 3x^2 + 4}{x-2} & \text{si } x \in ]2; 3[ \\ \frac{x-3}{x^2 - 6x + 9} & \text{si } x \in ]3; +\infty[ \end{cases}$$

Soit  $C_h$  sa représentation graphique dans un repère du plan.

- a)Déterminer le réel a pour que h admette une limite en 2
- b)Calculer  $\lim_{x \rightarrow 3^+} h(x)$ . Interpréter graphiquement ce résultat.
- c)Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$ .



### Exercice n°3(4pts)

Soit EFG un triangle isocèle et rectangle en E tel que

$$(\overrightarrow{EF}; \overrightarrow{EG}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]. \text{ On désigne par A le point de } [FG] \text{ tel que } EF=FA$$

Soit A' et F' tels que EFF' et EAA' Soient deux triangles équilatéraux directs

1) Trouver la mesure principale de chacun des angles orientés suivants :  $(\overrightarrow{AE}; \overrightarrow{AF})$  ;  $(\overrightarrow{FF'}; \overrightarrow{FA})$  ;  $(\overrightarrow{AF}; \overrightarrow{AF'})$  et  $(\overrightarrow{AE}; \overrightarrow{AF'})$

2)a) Trouver une mesure de  $(\overrightarrow{AF'}; \overrightarrow{EA'})$ .

b) En déduire que  $(AF') \perp (EA')$ .

### Exercice n°4(5pts)

Soit la fonction définie sur IR par  $f(x) = \sqrt{3} - 1 - 2\sqrt{3}\sin^2 x - \sin 2x$ .

1) Montrer que  $f(x) = \sqrt{3}\cos(2x) - \sin(2x) - 1$ .

2) Montrer que  $f(x+k\pi) = f(x) \forall x \in \mathbb{R} \text{ et } k \in \mathbb{Z}$ . En déduire  $f(\frac{61\pi}{12})$ .

3)a) Montrer que  $f(x) = 2 \cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) - 1 \forall x \in \mathbb{R}$ .

b) Montrer que  $f(x) = 4\cos^2\left(x + \frac{\pi}{12}\right) - 3 \forall x \in \mathbb{R}$ .

c) En déduire la valeur de  $\cos\frac{\pi}{12}$ .

**Bon travail**

