Lycée Remada Tataouine	Professeur : M$^{\text{r}}$ Hamdi
Année Scolaire : 2017 – 2018	Classe : 3ème Technique
Date : 15/12/2017	Durée : 120 minutes

Devoir de contrôle N°2

Mathématiques

Exercice 1 (5 points)

Pour chacune des questions suivantes une seule réponse est exacte, cocher la bonne case.

Questions	Réponses
1. Pour tout réel x, $\sin^2(2x) + \cos^2(2x)$ est égal à	❒ 1 ❒ 2 ❒ 0
2. On se place dans le cercle trigonométrique muni du repère $(O, \vec{u}, \vec{v})$, soit M un point de ce cercle tel que, pour tout $k \in \mathbb{Z}$, on a : $(\widehat{\vec{u}, \overrightarrow{OM}}) = -\dfrac{50\pi}{6} + 2k\pi$ alors les coordonnées de M sont	❒ $\left(\dfrac{1}{2}, \dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$ ❒ $\left(\dfrac{1}{2}, -\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$ ❒ $\left(-\dfrac{1}{2}, -\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$
3. Le domaine de continuité de la fonction f définie par : $f(x) = \dfrac{x^3 - 3x^2 + 5x - 6}{3x^2 - 6x}$ est égal à	❒ $\mathbb{R}^\star \backslash \{2\}$ ❒ $\mathbb{R}$ ❒ $\mathbb{R} \backslash \{2\}$
4. La fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = \begin{cases} \dfrac{1-\cos(x)}{3x} & \text{si } x \neq 0 \\ 3 & \text{si } x = 0 \end{cases}$ est	❒ continue en 0 ❒ discontinue en 0 ❒ continue sur $\mathbb{R}$
5. La limite, en 0, de la fonction h définie par : $h(x) = \dfrac{\sin(8x)}{4x}$ est égale à	❒ 1 ❒ 2 ❒ 4

Exercice 2 (5 points)

Soit la fonction f définie par : $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2+1}{x-1} & \text{si } x \geqslant 2 \\ \dfrac{x^2 - x - 2}{x-2} & \text{si } x < 2 \end{cases}$

1. Déterminer D_f l'ensemble de définition de f.
2. a/ Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

   b/ Calculer $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{f(x)-f(3)}{x-3}$

3. a/ Etudier la continuité de f en 2.

   b/ Déterminer le domaine de continuité de f.

Exercice 3 (3 points)

1. Donner la définition d'une fonction f continue sur l'intervalle $]-\infty, a]$, où a est un réel donné.
2. En déduire que la fonction f définie par : $f(x)=\sqrt{6-3\,x}+x^2-2$ est continue sur $]-\infty, 2\,]$.

Exercice 4 (7 points)

I/ Calculer $\cos\left(\dfrac{100\,\pi}{3}\right)$, $\cos\left(\dfrac{35\,\pi}{3}+25\,\pi\right)$, $\sin\left(\dfrac{99\,\pi}{6}-15\,\pi\right)$, $\sin\left(-\dfrac{55\,\pi}{3}+9\,\pi\right)$.

II/ Montrer les égalités suivantes :

1. $[\sin(2\,x)+\cos(2\,x)]^2-1=\sin(4\,x)$, pour tout $x\in\mathbb{R}$
2. $\tan^2\left(\dfrac{\pi}{12}\right)+\tan^2\left(\dfrac{5\,\pi}{12}\right)=14$
3. $\sin^3(x)=\dfrac{3}{4}\sin(x)-\dfrac{1}{4}\sin(3\,x)$, pour tout $x\in\mathbb{R}$

III/ Soit x un nombre réel

1. Montrer que l'on a : $\cos^4(x)=\dfrac{3}{8}+\dfrac{1}{2}\cos(2\,x)+\dfrac{1}{8}\cos(4\,x)$
2. En déduire que : $\cos^4\left(\dfrac{\pi}{8}\right)+\cos^4\left(\dfrac{3\,\pi}{8}\right)+\cos^4\left(\dfrac{5\,\pi}{8}\right)+\cos^4\left(\dfrac{7\,\pi}{8}\right)=\dfrac{3}{2}$