

Exercice n°1(6.5pts)

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x)=\frac{x^2-1}{x^2+1}$. Soit (C_f) sa représentation graphique dans un repère orthonormé du plan.

1)Vérifier que $f(x)=1-\frac{2}{x^2+1} \forall x \in \mathbb{R}$.

2)Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.

3)Justifier que f est continu sur \mathbb{R} .

4)Montrer que l'équation $f(x)=\frac{1}{2}$ admet au moins une solution $\alpha \in \left[\frac{3}{2}, 2\right]$.

Exercice n°2(6.5pts)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ par :

$$f(x)=\begin{cases} \frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1} & \text{si } x > 1 \\ \frac{x^2-1}{2x^2+4x-6} & \text{si } -2 \leq x < 1 \\ \frac{x^2+2x}{\sqrt{2-x}-2} + a & \text{si } x < -2 \end{cases}$$

1)Calculer $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$. f admet-elle une limite en 1.

2)Déterminer le réel a pour que f soit continue en (-2) .

3)Justifier que f est continue sur chacun des intervalles $]1, +\infty[$ et $]-2, 1[$.



Exercice n°3(7pts)

Soit ABCD un carré de centre O et de coté 4. I et J sont les points tel que : $\vec{AI} = \frac{1}{4} \vec{AB}$ et $\vec{DJ} = \frac{1}{4} \vec{DA}$. H le point tel que AIHJ est un rectangle et le point E tel que symétrique de C par rapport à D.

1)a) Calculer $\vec{AI} \cdot \vec{AB}$; $\vec{IJ} \cdot \vec{AD}$ et $\vec{OA} \cdot \vec{CD}$.

b) Calculer $\vec{JC} \cdot \vec{JE}$. En déduire $\cos(\widehat{EJC})$

2)a) Calculer $\vec{HC} \cdot \vec{IA}$ et $\vec{HC} \cdot \vec{AJ}$.

b) En déduire $(HC) \perp (IJ)$

3)a) Montrer que $\vec{MA} \cdot \vec{MC} = MO^2 - 8$

b) Déduire l'ensemble $F = \{M \in P \text{ tel que } \vec{MA} \cdot \vec{MC} = -4\}$

Bon travail

